

مجموعه سوالات نهایی ریاضی ۳

از سال ۹۸ تا ۴۰۳

مجموعه‌ای بی نظیر از سوالات نهایی

طبقه‌بندی شده بر اساس فصل و درس و نوع سوالات

دارای پاسخ‌های کاملاً تشریحی

تهیه و تنظیم:

کمال زارع

دبیر ریاضی ناحیه ۴ تبریز

۰۹۱۴۸۵۲۳۴۹۲

math.zare



سوالات نهایی فصل اول ریاضی ۳ - تابع - ۱۳۹۷ تا ۱۴۰۳

تهیه و تنظیم: کمال زارع (دبیر ریاضی ناحیه ۴ تبریز - مدرس تخصصی ریاضیات متوسطه)

ردیف	بارم نوبت اول: ۷ نمره	بارم بندی	بارم نوبت دوم: ۳ نمره
درس اول: توابع چند جمله‌ای و توابع صعودی و نزولی			
سوالات صحیح - غلط			
۱	درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید. (۱) دامنه توابع چند جمله ای برابر R است (شهریور ۴۰۰) (۲) دامنه تابع $f(x) = \frac{x}{ x }$ ، برابر R است. (خرداد ۹۷) (۳) تابع $f(x) = \sqrt{2}x - x^2$ یک تابع درجه دو است. (خرداد ۴۰۰) (۴) تابع $y = \sqrt{2}x^2 - \frac{3}{4}x$ یک چند جمله‌ای از درجه ۳ است. (دی ۴۰۰) (۵) تابع $y = \sqrt{2}x^2 - \frac{3}{4}x$ یک تابع چند جمله‌ای است. (خرداد ۴۰۱) (۶) تابع $y = 2x^5 - 4x^2 + \sqrt{7}x$ یک تابع چند جمله‌ای نیست. (خارج ۹۹) (۷) تابع $y = 2x(1 - 3x^2) + 1$ یک تابع چند جمله‌ای از درجه سوم است. (دی ۴۰۱) (۸) نمودار تابع $y = x^2$ در بازه‌ی $(0, 1)$ پایین‌تر از نمودار $y = x^3$ است. (دی ۴۰۱) (۹) تابع ثابت در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی است. (خرداد ۹۹) (۱۰) تابع $f(x) = x^2$ ، تابعی اکیدا صعودی است. (خرداد ۴۰۱) (۱۱) تابع با ضابطه $g(x) = \sqrt{x}$ در دامنه اش اکیدا نزولی است. (شهریور ۴۰۰) (۱۲) تابع $y = -x^2 + 2$ در دامنه ی تعریفش صعودی است. (شهریور ۹۸) (۱۳) بی‌شمار تابع وجود دارند که هم صعودی و هم نزولی است. (۱۴) تابع با ضابطه $g(x) = \sqrt{x}$ در دامنه اش اکیدا یکنوا است. (۱۵) تابع $f(x) = x $ در دامنه‌اش صعودی است.	۴	

سوالات جای خالی

۲/۲۵	جاهای خالی را تکمیل کنید. (الف) () در بازه $(۰, ۱)$ نمودار تابع $y = x^2$ ، از نمودار تابع $y = x^2$ قرار دارد. (دی ۹۹) (ب) نمودار تابع $f(x) = x^2$ در بازه $(۰, ۱)$ ، از نمودار تابع $g(x) = x^2$ قرار دارد. (بالاتر - پایین تر) (دی ۴۰۰) (پ) تابع $y = -x^2 + 2$ در دامنه تعریف خود است. (صعودی - نزولی) (شهریور ۹۸) (ت) تابعی که در یک بازه ، هم صعودی و هم نزولی محسوب می شود تابع نامیده می شود. (دی ۹۸) (ث) تابع $y = (x + 1)^2$ در دامنه تعریف خود است. (صعودی - نزولی) (خرداد ۹۸) (ج) توابع اکیدا یکنوا ، همواره هستند. (شهریور ۹۹) (چ) تابع $f(x) = x^2 x$ در بازه $(-\infty, a)$ نزولی است. حداکثر مقدار a برابر است. (تیر ۹۸) (ح) تابع $g(x) = x^2 - 4x + 5$ در بازه $(-\infty, a]$ اکیدا نزولی است. حداکثر مقدار a برابر است. (خرداد ۴۰۳) (ر) تابع هم صعودی و هم نزولی است. (مرداد ۴۰۳)	۲
------	--	---

سوالات تشریحی

۰/۷۵	(الف) نمودار تابع $y = x + x$ را رسم کنید و مشخص کنید، در چه بازه های تابع صعودی یا نزولی یا ثابت است. (خارج کشور ۴۰۱)	۳
۰/۵	(ب) به کمک انتقال نمودار تابع $y = x^2$ نمودار تابع $y = (x - 2)^2 + 1$ را رسم کنید. (خرداد ۴۰۳)	
۰/۷۵	(پ) نمودار تابع $y = -x^2 + 2$ را رسم کنید و مشخص کنید، در چه بازه های تابع صعودی یا نزولی یا ثابت است. (مرداد ۴۰۳)	

درس دوم: ترکیب توابع

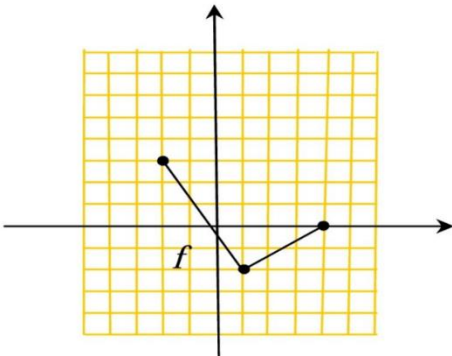
سوالات صحیح - غلط

۳/۵	درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید. (الف) دامنه تابع با ضابطه $y = kf(x)$ همان دامنه تابع $y = f(x)$ است. (دی ۹۹) (ب) برد تابع با ضابطه $y = kf(x)$ همان برد تابع $y = f(x)$ است. (دی ۹۸) (پ) اگر $f(7) = 5$ و $g(4) = 7$ ، آنگاه $(fog)(4) = 5$. (دی ۴۰۰) (ت) هر تابع یکنوا، یک به یک است. (دی ۱۴۰۱) (ج) اگر $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = \sin x$ باشند، آنگاه $gof(x) = \sqrt{\sin x}$ خواهد بود. (خرداد ۹۹ خارج) (چ) دامنه تابع با ضابطه $y = -\frac{k}{x} f(x)$ همان دامنه تابع $y = -f(x)$ است. (خرداد خارج ۹۹) (ح) تابع $y = f(x)$ با دامنه $\mathbb{R}$ مفروض است. برد تابع های $y = f(5x)$ و $y = f(3x)$ با هم برابر است. (مرداد ۴۰۳) (خ) نمودار تابع $y = f(\frac{x}{3})$ ، از انقباض افقی نمودار تابع $y = f(x)$ به دست می آید. (دی ۴۰۲)	۱
-----	--	---

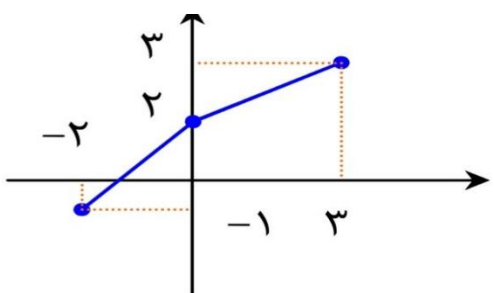
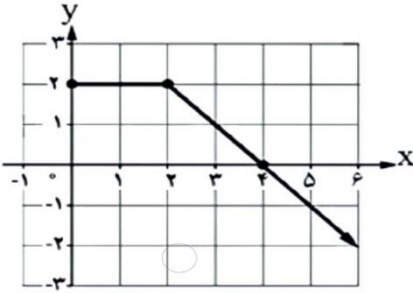
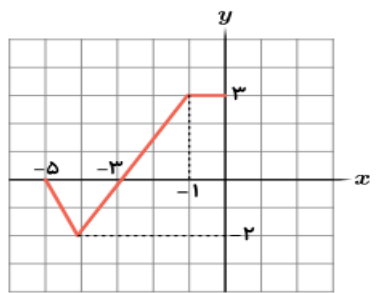
سوالات جای خالی

۲	جاهای خالی را تکمیل کنید. الف) تابع $h(x) = (2x^2 - 5x + 1)^3$ به صورت ترکیب دو تابع $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$ و $g(x) = \dots$ است. (دی ۹۷) ب) نقطه $(-2, 4)$ روی نمودار $y = f(x)$ می باشد. نقطه متناظر آن روی تابع $y = f(2x)$ برابر است. (خرداد ۴۰۲) پ) اگر $f(7) = 5$ و $g(4) = 7$ باشد، آنگاه $fog(4) = \dots$ (خرداد ۹۹ خارج) ت) اگر برد تابع $f(x)$ برابر $[-1, 4]$ باشد، آنگاه برد تابع $y = 2f(x)$ برابر با است. (خرداد ۹۹ خارج) ج) اگر $f(x) = \frac{ x }{1+ x }$ ، مقدار $fog(1)$ برابر است. (دی ۴۰۲)	۲															
سوالات چهارگزینه ای																	
۰/۵	الف) برد تابع f بازه $[-3, 1]$ است. برد تابع $y = -2f(3x-1) + 3$ کدام یک از موارد زیر است؟ (خرداد ۴۰۱) ۱) $[-8, 0]$ ۲) $[-10, 2]$ ۳) $[-12, 0]$ ۴) $[1, 9]$	۳															
سوالات تشریحی																	
۰/۷۵	اگر ورودی ماشین مقابل ۳ باشد. مقدار خروجی آن چقدر است؟ (خرداد ۴۰۱) ورودی $x \rightarrow 2x - 2 \rightarrow \frac{x}{\sqrt{x+1}} \rightarrow$ خروجی	۴															
۱/۵	با توجه به جدول زیر، مقادیر خواسته شده را به دست آورید. (شهریور ۴۰۰) الف) $gof(1) = \dots$ ب) $(fo(f+g))(0) = \dots$ <table><tr><td>x</td><td>-۱</td><td>۰</td><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>۰</td><td>-۱</td><td>۲</td><td>-۵</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>-۲</td></tr></table>	x	-۱	۰	۱	۲	$f(x)$	۰	-۱	۲	-۵	$g(x)$	۲	۳	۴	-۲	۵
x	-۱	۰	۱	۲													
$f(x)$	۰	-۱	۲	-۵													
$g(x)$	۲	۳	۴	-۲													
۰/۷۵	اگر $f = \{(0, -1), (5, 9), (3, 7), (-2, 4)\}$ ، $g = \{(1, 2), (3, -1), (9, 0), (-1, 4), (7, 7)\}$ تابع gof را در صورت وجود بنویسید. (شهریور ۴۰۱)	۶															
۱	الف) اگر $f(x) = 3x - 4$ و $f(g(x)) = 3x^2 - 6x + 14$ باشد ضابطه تابع $g(x)$ را بدست آورید (خرداد ۹۹)	۷															
۱	دامنه توابع fog و gof ۱) دو تابع $f(x) = \sqrt{x-4}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$ را در نظر بگیرید، دامنه تابع gof را با استفاده از تعریف به دست آورید (خرداد ۹۸) ۲) اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ باشد: (خرداد ۴۰۰)	۸															

۱/۷۵	الف) دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) مقدار $gof(2)$ را تعیین کنید. ج) ضابطه تابع fog را پیدا کنید.
۲/۲۵	۳) تابع $f(x) = \frac{x}{x-3}$ و $g(x) = 2-x$ داده شده است: الف: دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب: ضابطه تابع fog را بنویسید. ج: حاصل عبارت $(g-2f)(1)$ را حساب کنید. ۴) توابع $f(x) = \frac{x+3}{2x}$ و $g(x) = 3x-1$ را در نظر بگیرید. دامنه fog را با استفاده از تعریف به دست آورید. (دی ۹۷)
۱/۲۵	۵) اگر $f(x) = x^2 - 5$ و $g(x) = \sqrt{x+6}$ باشد: الف) دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) با محدود کردن دامنه تابع f تابعی وارون پذیر بسازید. (خردادخارج ۹۹) (دی ۹۸)
۱/۵	۶) توابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = x-2$ داده شده اند. الف) دامنه تابع $\frac{f}{g}$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) ضابطه تابع $\frac{f}{g}$ را بنویسید. ج) حاصل عبارت $(2f-g)(2)$ را حساب کنید. (شهریور ۹۷)
۲	۷) اگر $f(x) = \sqrt{4-2x}$ و $g(x) = x^2 + 2x - 1$ باشد: الف) دامنه تابع gof را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) مقدار $gof(2) - \frac{f}{g}(0)$ را تعیین کنید. (خرداد ۹۹)
۲	۸) اگر $f = \sqrt{x+1}$ و $g = x-1$، آنگاه: الف) دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید. (خرداد ۴۰۲)

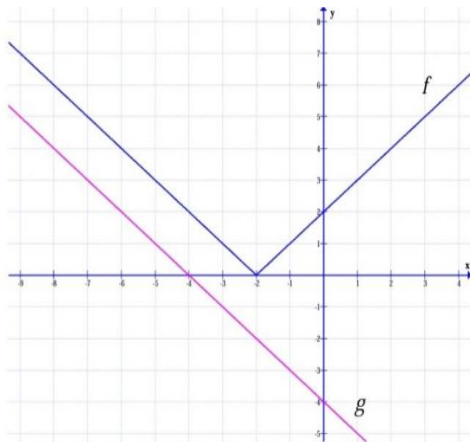
	(ب) ضابطه تابع fog را بنویسید. (۹) اگر $f = \frac{x+2}{x-3}$ و $g(x) = \sqrt{x-1}$ دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید. (خارج ۱۴۰۰)	
۱/۲۵	(۱۰) اگر $g(x) = \sqrt{x+3}$ و $f = 7-4x^2$ آنگاه: (الف) دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید. (ب) مقدار $gof(1)$ را محاسبه کنید. (دی ۱۴۰۱)	
۱	(۱۱) توابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ را در نظر بگیرید. (شهریور ۹۹ و ۹۸) (الف) دامنه fog را با استفاده از تعریف به دست آورید. (ب) ضابطه تابع fog را بنویسید.	
۱	(۱۲) اگر $f(x) = \frac{2}{x-1}$ و $g(x) = \sqrt{x+1}$ دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید. (مرداد ۴۰۳)	
۰/۷۵	(۱) نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - 2x + 1$ را ابتدا دو واحد به سمت پایین، سپس یک واحد به سمت چپ و در مرحله آخر نسبت به محور x ها قرینه می کنیم ضابطه نمودار تابع را در هر مرحله بنویسید. (شهریور ۴۰۰)	۹
۰/۷۵	اگر دامنه $y = f(x)$ برابر $[-1, 3]$ و برد آن $[0, 2]$ باشد. دامنه و برد $y = f(\frac{x}{2})$ تابع را بیابید. (دی ۱۴۰۱)	۱۰
۲	نمودار تابع f به صورت روبه‌رو است: (شهریور ۴۰۱) (الف) نمودار تابع $g(x) = 2f(x-1)$ را رسم کنید. (ب) دامنه تابع g را به دست آورید. 	۱۱

۰/۷۵		با توجه به نمودار $y = f(x)$ نمودار تابع $y = f(-x) + 2$ را رسم کنید (خرداد ۴۰۰)	۱۲
۰/۵		با توجه به نمودار $y = f(x)$ نمودار تابع $y = \frac{1}{3} f(2x)$ را رسم کنید (شهریور ۹۹)	۱۳
۰/۵		با توجه به نمودار $y = f(x)$ نمودار تابع $y = -2 f\left(\frac{1}{3}x\right)$ را رسم کنید (شهریور ۹۸)	۱۴
۰/۷۵		نمودار تابع در شکل زیر رسم شده است: (خرداد ۹۹) الف) نمودار تابع $y = 3 f\left(\frac{1}{2}x\right)$ را رسم کنید ب) دامنه تابع قسمت الف را تعیین کنید.	۱۵
۰/۵		با توجه به نمودار $y = f(x)$ نمودار تابع $y = \frac{1}{2} f(x)$ را رسم کنید. (خرداد ۹۸)	۱۶

۰/۷۵	با توجه به نمودار $y = f(x)$  نمودار تابع $y = f\left(\frac{x}{2}\right) - 2$ را رسم کنید. (دی ۹۷)	۱۷
۰/۷۵	نمودار تابع مقابل را رسم کنید. (خرداد ۹۷) $f(x) = \begin{cases} x+4 & x > 0 \\ 4-x^2 & x < 0 \end{cases}$	۱۸
۰/۷۵	 در شکل روبه‌رو نمودار تابع f رسم شده است. (خرداد ۴۰۳) الف) نمودار تابع g با ضابطه $g(x) = f(2x)$ را رسم کنید. ب) مقدار $g \circ f(0)$ را بدست آورید.	۱۹
۱	 در شکل روبه‌رو نمودار تابع f رسم شده است. (دی ۴۰۲) دامنه و برد تابع $g(x) = 2f(-x)$ را بنویسید.	۲۰
درس سوم: تابع وارون		
سوالات صحیح - غلط		
۰/۷۵	درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید. الف) دو تابع $f(x) = -\frac{2x+6}{7}$ و $g(x) = -\frac{7}{3}x - 3$ وارون یکدیگرند. (خرداد ۹۸)	۱

	(ب) دو تابع با ضابطه $f(x) = x^3$ و $g(x) = \sqrt[3]{x}$ وارون یکدیگر اند. (شهریور ۴۰۰) (پ) در تابع $f(x) = 4 + \sqrt{x+1}$ دامنه تابع $y = (f^{-1} \circ f)(x)$ برابر $[1, +\infty)$ است. (خرداد ۴۰۳)	
سوالات جای خالی		
۲	تکمیل کنید. الف) اگر $f = \{(2, 3), (3, 5)\}$ باشد، حاصل $f^{-1}(3)$ برابر است. (خرداد ۴۰۱) ب) ضابطه تابع وارون $y = x^3$، برابر است. (شهریور ۴۰۱) پ) اگر $y = 3 + \sqrt{2x-1}$ باشد، مقدار $(f \circ f^{-1})(5)$ برابر با است. (خرداد ۴۰۲) ت) ضابطه وارون تابع $y = x^3$ برابر است. (شهریور ۱۴۰۱) ث) اگر $f(x) = 2x^2 - 1$ باشد، حاصل $f^{-1}(15)$ برابر است. (دی ۱۴۰۱)	
سوالات تشریحی		
۳	الف) با محدود کردن دامنه‌ی تابع $y = x^2 - 5$ تابعی وارون‌پذیر بسازید دامنه تابع جدید را بنویسید. (دی ۹۸) ب) با محدود کردن دامنه‌ی تابع $y = x^2 - 4x + 5$ تابعی یک به یک به دست آورید (خرداد خارج ۹۹)	۰/۵ ۰/۵
۴	الف) ضابطه وارون تابع $g(x) = -5 - \sqrt{3x+1}$ را بدست آورید. (دی ۹۹) ب) ضابطه وارون تابع $f(x) = -\frac{7}{4}x - 3$ را بدست آورید. (شهریور ۹۹) پ) وارون تابع $y = \sqrt{x+2}$ را به دست آورید. (خرداد خارج ۹۹) ت) تابع $f(x) = \sqrt{x+4} - 1$ را در نظر بگیرید. دامنه و ضابطه تابع وارون آن را بیابید. (خرداد ۴۰۳) ج) ضابطه و دامنه تابع وارون تابع زیر را به دست آورید. (دی ۴۰۲) $f(x) = -x^2 - 2 \quad : \quad x \geq 0$	۳ ۱/۲۵ ۱/۵

۵	الف) نشان دهید تابع $f(x) = 3x - 4$ و $g(x) = \frac{x+4}{3}$ وارون یکدیگرند. (دی ۹۸) ب) نشان دهید تابع $f(x) = -\frac{7}{2}x - 3$ و $g(x) = -\frac{2x+6}{7}$ وارون یکدیگرند. (خارج خرداد ۴۰۱) پ) نشان دهید تابع $f(x) = \frac{-8x+3}{2}$ و $g(x) = \frac{3-2x}{8}$ وارون یکدیگرند. (خرداد خارج ۹۹)	۱	۱	۱/۲۵
۶	الف) اگر $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$ و $g(x) = x^2$ باشد، مقدار $g^{-1} \circ f^{-1}(5)$ را به دست آورید. (دی ۹۷) ب) فرض کنید $f(x) = 1 + \sqrt{x-2}$ و $g(x) = x^2 - 1$ باشند. در این صورت $(g \circ f)^{-1}$ را بیابید. (مرداد ۴۰۳)	۱	۰/۷۵	
۷	با توجه به نمودار f و g به سوالات زیر پاسخ دهید: (دی ۹۹) (دی ۴۰۰) الف: مقدار $f \circ g(-1)$ را محاسبه کنید. ب: اگر $g(3t-1) = 0$ آنگاه مقدار t را بدست آورید. پ: با محدود کردن دامنه f، بازه ای را مشخص کنید که تابع f یک به یک شود. ت) $g \circ f(-1)$ و $g^{-1} \circ f^{-1}(2)$ را به دست آورید. ث) نمودار تابع $f(x-2) - 3$ را رسم کنید.	۳/۵		



پاسخنامه سوالات

درس اول: توابع چندجمله‌ای و توابع صعودی نزولی

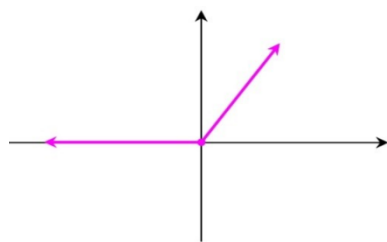
سوالات صحیح - غلط

۱	(۱ درست (ص ۲)	(۲ نادرست	(۳ درست (ص ۲)	(۴ درست (ص ۲)	(۵ درست
۶	نادرست	(۷ درست	(۸ نادرست (ص ۴)	(۹ درست (ص ۷)	(۱۰ درست (ص ۷)
(۱۱ نادرست	(۱۲ نادرست (ص ۹)	(۱۳ درست (ص ۷)	(۱۴ درست	(۱۵ نادرست	

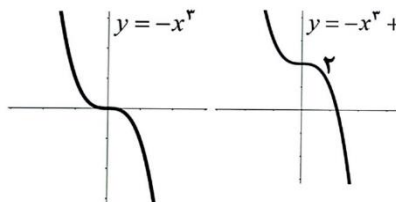
سوالات جای خالی

۲	الف) پایین تر (ص ۴)	ب) پایین تر (ص ۴)	پ) نزولی (ص ۵)	ت) ثابت (ص ۷)	ث) صعودی (ص ۷)
	ج) یکنوا (ص ۷)	چ) صفر (ص ۱۰)	ح) ۲	ر) تابع ثابت	

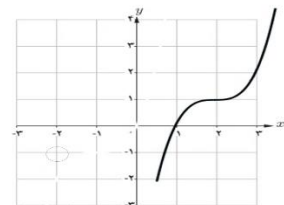
سوالات تشریحی



۳ الف) تابع در بازه $[-\infty, 0]$ ثابت و در بازه $[0, +\infty)$ اکیدا صعودی و به طور کلی در R صعودی است.



پ) این تابع اکیدا نزولی است.



ب)

درس دوم: ترکیب توابع

سوالات صحیح - غلط

۱	الف) درست (ص ۱۵)	ب) نادرست (ص ۱۵)	پ) درست (ص ۲۲)	ت) نادرست	ج) نادرست
	چ) نادرست	ح) درست	خ) نادرست		

سوالات جای خالی

۲	الف) $g(x) = x^2$ (ص ۲۲)	ب) $(-1, 4)$	پ) ۵	ت) $[-2, 8]$ (ج) $\frac{1}{3}$
---	--------------------------	--------------	------	--------------------------------

سوالات چهار گزینه‌ای

۳ گزینه ۴

سوالات تشریحی

۴	$x = 3 \rightarrow \underbrace{2(3) - 2}_{\cdot/25} \rightarrow \underbrace{\frac{4}{\sqrt{4+1}}}_{\cdot/5} = \frac{4}{3}$
۵	الف) $\underbrace{g(f(1))}_{\cdot/5} = \underbrace{g(2)}_{\cdot/5} = -2$ ب) $\underbrace{(f+g)(0)}_{\cdot/5} = -1+3=2 \Rightarrow \underbrace{f((f+g)(0))}_{\cdot/5} = \underbrace{f(2)}_{\cdot/5} = -5$ (ص ۲۳)
۶	$\underbrace{gof}_{\cdot/75} = \{(\cdot, 4), (3, 7), (5, 0)\}$
۷	الف) $\underbrace{f(g(x))}_{\cdot/5} = \underbrace{3g(x) - 4}_{\cdot/5} = \underbrace{3x^2 - 6x + 14}_{\cdot/5} \Rightarrow \underbrace{g(x)}_{\cdot/5} = \underbrace{x^2 - 2x + 6}_{\cdot/5}$ صفحه ۲۲
۸	الف) $\underbrace{D_{gof}}_{\cdot/25} = \{x \in D_f \mid \underbrace{f(x)}_{\cdot/5} \in D_g\} = \{x \geq 4 \mid \underbrace{\sqrt{x-4} \neq \pm 1}_{\cdot/5}\} = \underbrace{[4, 5) \cup (5, +\infty)}_{\cdot/25}$ ب) $\underbrace{(gof)(2)}_{\cdot/5} = 1$ صفحه ۱۴ ج) $\underbrace{fog(x)}_{\cdot/5} = \underbrace{f(g(x))}_{\cdot/5} = \underbrace{f(2x^2 - 1)}_{\cdot/5} = \underbrace{\sqrt{2x^2 - 2}}_{\cdot/5}$ (ص ۱۴) الف) $\underbrace{D_f}_{\cdot/25} = R - \{3\}, \underbrace{D_g}_{\cdot/25} = R \rightarrow \underbrace{D_{fog}}_{\cdot/5} = \{x \in D_g \mid \underbrace{g(x)}_{\cdot/5} \in D_f\} = \{x \in R \mid \underbrace{2-x \neq 3}_{\cdot/5}\} \Rightarrow \underbrace{D_{fog}}_{\cdot/25} = \underbrace{R - \{1\}}_{\cdot/25}$ ب) $\underbrace{fog(x)}_{\cdot/25} = \frac{2-x}{-x-1}$ (ص ۱۴) ج) $\underbrace{(g-2f)(1)}_{\cdot/25} = \underbrace{g(1) - 2f(1)}_{\cdot/25} = \underbrace{1 - 2 \times \frac{-1}{2}}_{\cdot/25} = 2$ (ص ۱۴) الف) $\underbrace{D_{fog}}_{\cdot/25} = \{x \in D_g \mid \underbrace{g(x)}_{\cdot/5} \in D_f\} = \{x \in R \mid \underbrace{3x-1 \neq 0}_{\cdot/75}\} = \underbrace{R - \{\frac{1}{3}\}}_{\cdot/25}$ (ص ۱۴) الف) $\underbrace{D_{fog}}_{\cdot/25} = \{x \in D_g \mid \underbrace{g(x)}_{\cdot/5} \in D_f\} = \{x \in [-6, +\infty) \mid \underbrace{\sqrt{x+6} \in R}_{\cdot/5}\} = \underbrace{[-6, +\infty)}_{\cdot/25}$ (ص ۲۲) ب) $\underbrace{h(x)}_{\cdot/5} = \underbrace{x^2 - 5 \dots x \geq 0}_{\cdot/5}$ الف) $\underbrace{D_f}_{\cdot/25} = [1, +\infty), \underbrace{D_g}_{\cdot/25} = R \rightarrow \underbrace{D_{\frac{f}{g}}}_{\cdot/25} = \underbrace{D_f \cap D_g}_{\cdot/25} - \{x \mid \underbrace{g(x)}_{\cdot/5} = 0\} \Rightarrow \underbrace{D_{\frac{f}{g}}}_{\cdot/25} = \underbrace{[1, +\infty) - \{2\}}_{\cdot/25}$ ب) $\underbrace{(\frac{f}{g})(x)}_{\cdot/25} = \underbrace{\frac{\sqrt{x-1}}{x-2}}_{\cdot/25}$ (ص ۲۲) ج) $\underbrace{(2f-g)(2)}_{\cdot/25} = \underbrace{2f(2) - g(2)}_{\cdot/25} = \underbrace{2 - 0}_{\cdot/25} = 2$ (ص ۲۲) الف) $\underbrace{D_{gof}}_{\cdot/25} = \{x \in D_f \mid \underbrace{f(x)}_{\cdot/5} \in D_g\} = \{x \in (-\infty, 2] \mid \underbrace{\sqrt{4-2x} \in R}_{\cdot/5}\} = \underbrace{(-\infty, 2]}_{\cdot/5}$ (ص ۲۲) ب) $\underbrace{gof(2) - \frac{f}{g}(0)}_{\cdot/75} = \underbrace{-1 - (-2)}_{\cdot/75} = 1$ صفحه ۲۲ الف) $\underbrace{D_{fog}}_{\cdot/5} = \{x \in D_g \mid \underbrace{g(x)}_{\cdot/5} \in D_f\} = \{x \in R \mid \underbrace{x-1 \geq -1}_{\cdot/25}\} = \underbrace{[0, +\infty)}_{\cdot/25}$ (ص ۲۲) ب) $\underbrace{fog(x)}_{\cdot/25} = \underbrace{f(g(x))}_{\cdot/25} = \underbrace{\sqrt{x-1+1}}_{\cdot/25} = \underbrace{\sqrt{x}}_{\cdot/25}$ (ص ۲۲)

$$f = \frac{x+2}{x-3} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{3\}, g(x) = \sqrt{x-1} \Rightarrow D_g = [1, +\infty]$$

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \underbrace{\{x \geq 1 \mid \sqrt{x-1} \neq 3\}}_{\cdot/5} = \underbrace{[1, +\infty) - \{10\}}_{\cdot/5} \quad (9)$$

$$\begin{cases} f = 7-4x^2 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}, g(x) = \sqrt{x+3} \Rightarrow D_g = [-3, +\infty] \\ D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \underbrace{\{x \geq -3 \mid \sqrt{x+3} \in \mathbb{R}\}}_{\cdot/25} = \underbrace{[-3, +\infty)}_{\cdot/5} \end{cases} \quad \begin{aligned} &g \circ f(1) = g(f(1)) = g(3) = \sqrt{6} \\ &g \circ f(1) = g(3) = \sqrt{6} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{cases} g(x) = 2x^2 - 1 \Rightarrow D_g = \mathbb{R}, D_f = x \geq 1, f(x) = \sqrt{x-1} \Rightarrow D_f = x \geq 1 \\ D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \underbrace{\{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 1 \geq 1\}}_{\cdot/25} = \underbrace{(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)}_{\cdot/5} \end{cases} \quad (11) \text{ الف}$$

$$fog(x) = f(g(x)) = f(2x^2 - 1) = \sqrt{(2x^2 - 1) - 1} = \sqrt{2x^2 - 2} \quad (ب)$$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{2}{x-1} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{1\}, g(x) = \sqrt{x+1} \Rightarrow D_g = [-1, +\infty] \\ D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \underbrace{\{x \geq -1 \mid \sqrt{x+1} \in \mathbb{R} - \{1\}\}}_{\cdot/25} = \underbrace{[-1, 0) \cup (0, +\infty)}_{\cdot/5} \end{cases} \quad \begin{aligned} &\sqrt{x+1} \neq 1 \Rightarrow x \neq 0 \\ &\sqrt{x+1} \neq 1 \Rightarrow x \neq 0 \end{aligned} \quad (12)$$

۹ (۱) مرحله اول: $f(x) - 2 = (x-1)^2 - 2$ مرحله دوم: $f(x+1) - 2 = x^2 - 2$ مرحله سوم: $-f(x+1) + 2 = -x^2 + 2$

۱۰ طول نقاط دو برابر می شود ولی عرض نقاط تغییر نمی کند.

$$(-1, 3] \Rightarrow -1 < x \leq 3 \xrightarrow{\times 2} -2 < \frac{x}{2} \leq 6 \Rightarrow D_{f(\frac{x}{2})} = (-2, 6], R_{f(\frac{x}{2})} = (0, 2]$$

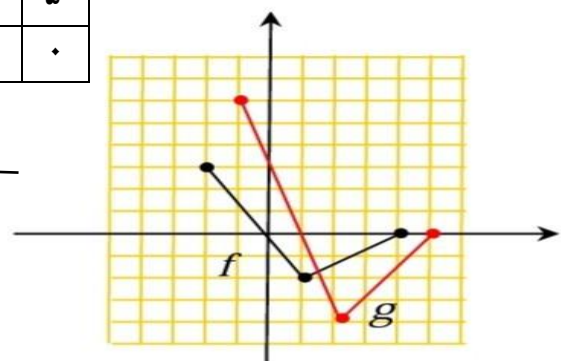
۱۱ الف) رسم دقیق نمودار ۱/۵ نمره (ص ۲۳)

f	X	-۲	۱	۴
	Y	۳	-۲	۰



g	X	-۱	۲	۵
	Y	۶	-۴	۰

(ب) $[-1, 5]$
۱/۵

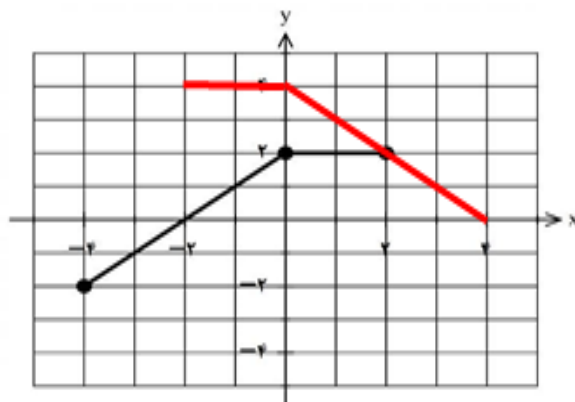


۱۲

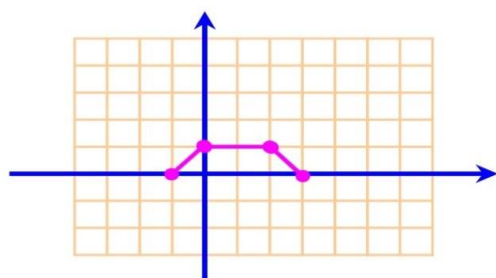
تابع اصلی	X	-۴	۰	۲
	Y	-۲	۲	۲



تابع تبدیل یافته	X	۴	۰	-۲
	Y	۰	۴	۴

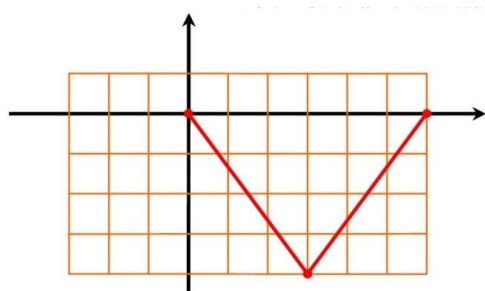


۱۳



طول نقاط اصلی و رند نمودار را در $\frac{1}{3}$ و عرض آنها را در $\frac{1}{3}$ ضرب می‌کنیم:

۱۴



طول نقاط را ۳ برابر و عرض آنها را در -۲ ضرب می‌کنیم.

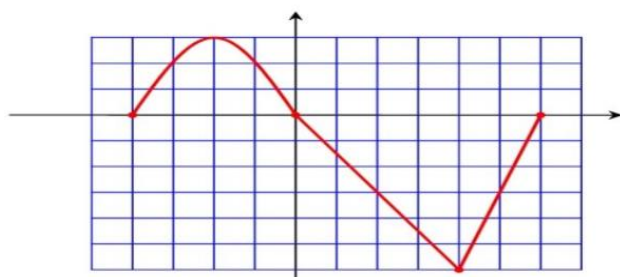
۱۵

(الف)

تابع اصلی	X	-۲	-۱	۰	۲	۳
	Y	۰	۱	۰	-۲	۰



تابع جدید	X	-۴	-۲	۰	۴	۶
	Y	۰	۳	۰	-۶	۰



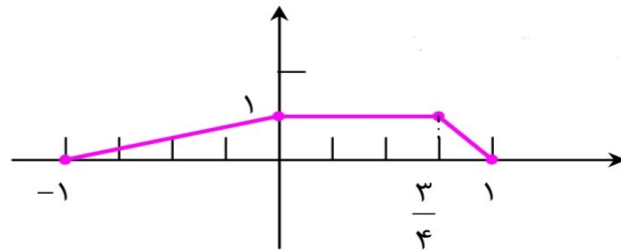
(ب) $D = [-۴, ۶]$

۱۶ طول نقاط تقسیم به ۴ و عرض نقاط تقسیم به ۲ بنابراین:

تابع	X	-۴	۰	۳	۴
اصلی	Y	۰	۲	۲	۰



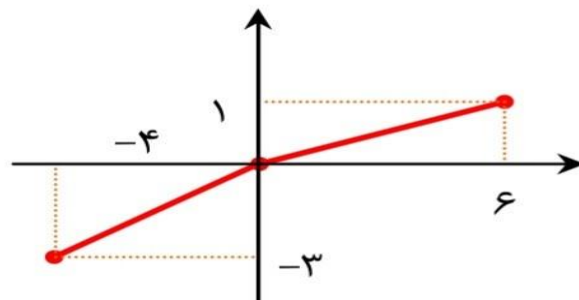
تابع	X	-۱	۰	$\frac{۳}{۴}$	۱
جدید	Y	۰	۱	۱	۰



تابع	X	-۲	۰	۳
اصلی	Y	-۱	۲	۳

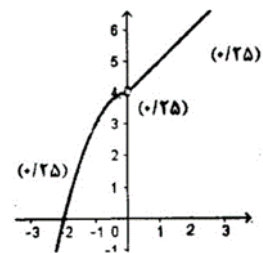
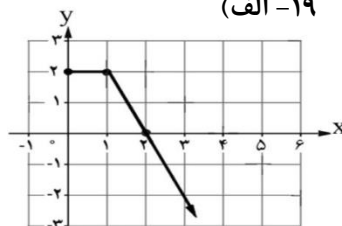


تابع	X	-۴	۰	۶
جدید	Y	-۳	۰	۱



(ب) $g(f(0)) = g(2) = 0$

(الف - ۱۹)



$D_g = [0, 5], R_g = [-4, 6]$

درس سوم: تابع وارون

سوالات صحیح - غلط

۱ (الف) درست (ص ۲۹) (ب) درست (ص ۲۶) (پ) درست

سوالات چهار گزینه‌ای

۲ (الف) ۲ (ص ۲۴) (ب) $\sqrt[3]{x}$ (ص ۲۹) (پ) ۵ (ت) $y = \sqrt[3]{x}$ (ث) ۲

سوالات تشریحی

(الف) $y = x^2 - 5 \Rightarrow S = (0, -5) \Rightarrow x \geq 0 \text{ or } x \leq 0$

(ب) $y = x^2 - 4x + 5 \Rightarrow x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2(1)} = 2 \Rightarrow S = (2, 1) \Rightarrow (2, +\infty) \text{ or } (-\infty, 2)$

درست است همچنین سر بازه ۲ را نیز بسته می‌توان نوشت.

(الف) $D_g = (-\infty, -5)$ $y = x^2 - 5 \Rightarrow x = \sqrt{y+5} \Rightarrow x = \frac{(y+5)^2 - 1}{2} \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{(x+5)^2 - 1}{2}$

$$(ص ۲۹) \quad f(x) = -\frac{y}{2}x - 3 = y \Rightarrow \underbrace{-\frac{y}{2}x}_{\cdot/25} = \underbrace{y+3}_{\cdot/25} \Rightarrow \underbrace{x = -\frac{2y+6}{y}}_{\cdot/25} \Rightarrow \underbrace{f^{-1}(x) = -\frac{2x+6}{y}}_{\cdot/25} \quad (ب)$$

$$y = \sqrt{x+2} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} x = \sqrt{y+2} \Rightarrow x^2 = (\sqrt{y+2})^2 \rightarrow x^2 = y+2 \rightarrow x^2 - 2 = y \Rightarrow f^{-1}(x) = x^2 - 2 \quad (پ)$$

$$y = \sqrt{x+4} - 1 \rightarrow y+1 = \sqrt{x+4} \rightarrow (y+1)^2 = x+4 \rightarrow (y+1)^2 - 4 = x \Rightarrow f^{-1}(x) = (x+1)^2 - 4 \quad (ت)$$

$$D_{f^{-1}} = R_f = [-1, +\infty]$$

$$y = -x^2 - 2 \xrightarrow{x \geq 0} x = \sqrt{-y-2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{-x-2}, \quad D_{f^{-1}} = R_f = (-\infty, -2] \quad (ج)$$

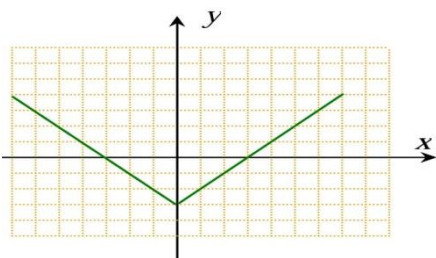
$$fog(x) = f\left(\frac{x+4}{3}\right) = 3\left(\frac{x+4}{3}\right) - 4 = x, \quad gof(x) = g(3x-4) = \left(\frac{3x-4+4}{3}\right) = x \quad (الف) \quad ۵$$

$$\left\{ \begin{array}{l} fog(x) = f(g(x)) = f\left(-\frac{2x+6}{y}\right) = \frac{-y}{2}\left(-\frac{2x+6}{y}\right) - 3 = \frac{2x+6}{2} - 3 = x \\ gof(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{-y}{2}x - 3\right) = \frac{2\left(\frac{-y}{2}x - 3\right) + 6}{y} = \frac{(-yx-6)+6}{y} = x \end{array} \right. \quad (ب)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} fog(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{3-2x}{8}\right) = \frac{-8\left(\frac{3-2x}{8}\right) + 3}{2} = \frac{-(3-2x)+3}{2} = \frac{-3+2x+3}{2} = \frac{2x}{2} = x \\ gof(x) = g\left(\frac{-8x+3}{2}\right) = \frac{3-2\left(\frac{-8x+3}{2}\right)}{8} = \frac{3-(-8x+3)+6}{8} = \frac{(3+8x-3)+6}{8} = \frac{2x}{2} = x \end{array} \right. \quad (پ)$$

$$f^{-1}(x) = 8x + 24 \Rightarrow f^{-1}(5) = 64, \quad g^{-1}(x) = \sqrt[3]{x} \Rightarrow g^{-1}of^{-1}(x) = g^{-1}(64) = 4 \quad (الف) \quad ۶$$

$$(gof)^{-1}(-7) = (f^{-1}og^{-1})(-7) = f^{-1}(2) = 3 \quad (ب)$$



$$3t-1 = -4 \Rightarrow t = -1 \quad (ب) \quad f(-3) = 1 \quad (الف) \quad ۷$$

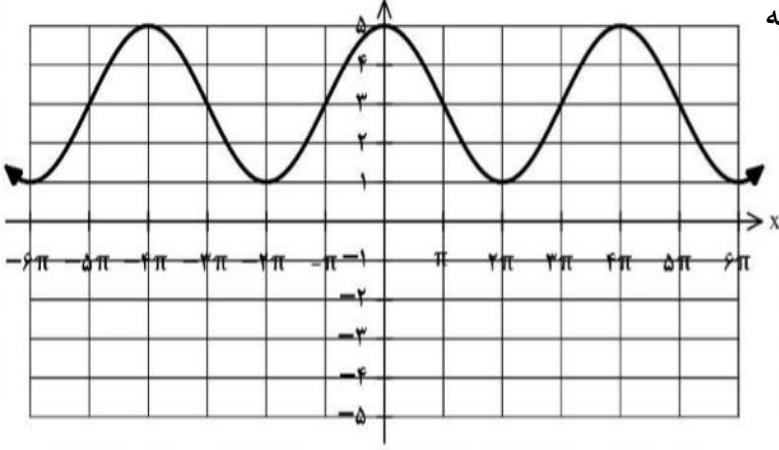
$$ص (۲۹ و ۲۳) \quad [-2, +\infty) \quad (پ)$$

$$gof(-1) = g(-1) = -5, \quad g^{-1}of^{-1}(2) = g^{-1}(0) = -4 \quad (ت)$$

سوالات نهایی فصل دوم ریاضی ۳- مثلثات - ۱۳۹۷ تا ۱۴۰۳

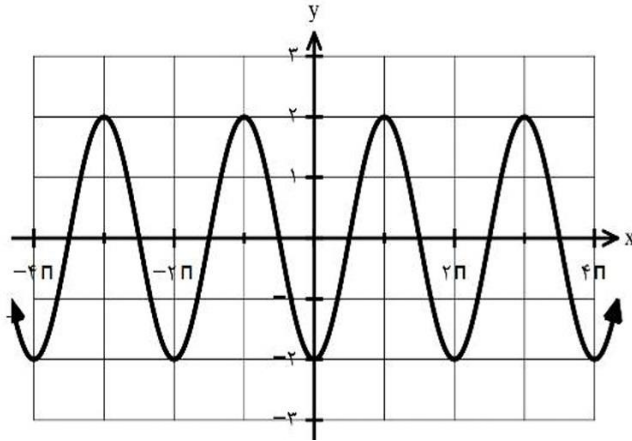
تهیه و تنظیم: کمال زارع (دبیر ریاضی ناحیه ۴ تبریز - مدرس تخصصی ریاضیات متوسطه)

ردیف	بارم بندی	بارم نوبت اول: ۵ نمره	بارم نوبت دوم: ۳ نمره	بارم شهر یور: ۳ نمره
درس اول: تناوب و تانژانت				
سوالات صحیح - غلط				
۱	درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.	الف) برد تابع $f(x) = \tan x$ بازه $[-1, 1]$ است.	ب) دامنه تابع $y = \tan x$ برابر $\left\{x \mid x \in R, x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}$ است.	پ) دوره تناوب تابع $y = \tan x$ برابر 2π است.
		ت) مقدار مینیمم تابع $y = \tan x$ در بازه $(\pi, 2\pi)$ صعودی است.		
۱/۲۵				ج) تابع $y = \tan x$ در بازه $(\pi, 2\pi)$ صعودی است.
سوالات جای خالی				
۲	جاهای خالی را تکمیل کنید.	الف) دوره تناوب اصلی تابع $y = \tan x$ برابر است.	ب) برد تابع $y = \tan x$ برابر است.	پ) دامنه تابع $f(x) = \tan 2x$ برابر $D_f = \{x \in R \mid x \neq \dots\}$ است.
۱		ت) تابع تانژانت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد است.		
سوالات تشریحی				
۳	دامنه تابع $f(x) = \tan 2x$ را بدست آورید. (دی ۹۷)			
۴	الف) معادله یک تابع سینوسی $y = a \sin(bx) + c$ را بنویسید که مقدار ماکزیمم آن ۵+ و مقدار مینیمم آن ۱- و دوره تناوب آن 8π است. (شهر یور ۴۰۰)			

۱	ب) معادله یک تابع سینوسی $y = a \sin(bx) + c$ را بنویسید که برد آن $[-4, 4]$ و دوره تناوب اصلی آن ۲ است. (خرداد ۴۰۱۵)	
۱	پ) اگر در یک تابع مثلثاتی دوره تناوب 4π و مقدار ماکزیمم ۱- و مقدار مینیمم ۷- باشد، تابع سینوسی را بنویسید. (خارج ۹۹)	
۹/۷۵	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم توابع زیر را به دست آورید. (راه حل نوشته شود) (۱) $y = \pi \sin(-x) + 1$ (شهریور ۹۹) (۲) $y = \sqrt{3} - \cos \frac{\pi}{2} x$ (خرداد ۹۹) (۳) $y = 8 \cos(\frac{x}{3})$ (دی ۹۹) (۴) $y = -\pi \sin \frac{x}{2} - 2$ (دی ۹۸) (۵) $y = -3 \cos 2\pi + 1$ (شهریور ۹۸) (۶) $y = 1 - 2 \sin(\frac{-\pi}{3} x)$ (خرداد ۹۸) (۷) $y = 2 - 3 \sin 4x$ (دی ۹۷) (۸) $y = 3 \cos(\pi x) + 2$ (شهریور ۴۰۱) (۹) $y = 1 + 2 \sin 7x$ (خارج ۴۰۱) (۱۰) $y = 3 \sin(2x) - 2$ (خارج ۹۹)	۵
۱	الف) نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه $y = a \cos(bx) + c$ است. با توجه به نمودار ضابطه آن را مشخص کنید. (خرداد ۴۰۰) 	۶

(ب) نمودار زیر برای تابعی با ضابطه $f(x) = a \cos bx + c$

است. با به دقت به شکل نمودار و تشخیص دوره تناوب و مقدار ماکزیمم مینیمم تابع، ضابطه آن را تشخیص دهید.

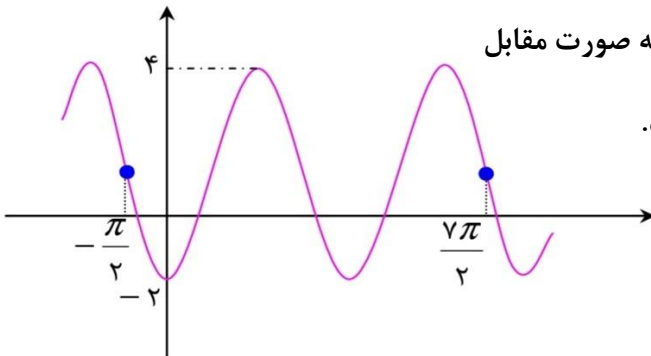


۱/۷۵

۱/۲۵

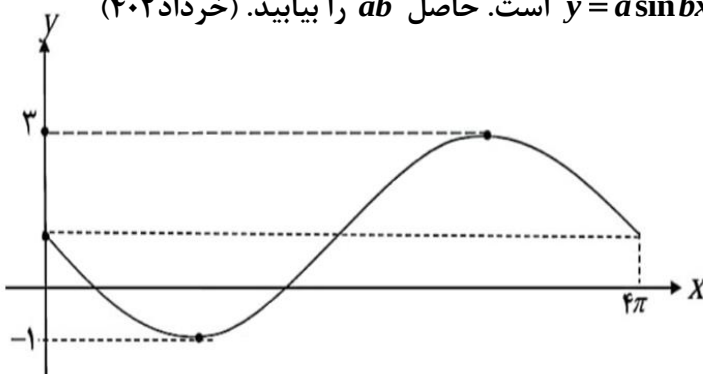
(پ) نمودار تابع با ضابطه $y = a \cos(bx) + c$ به صورت مقابل رسم شده است مقادیر a, b, c را به دست آورید.

(دی ۴۰۱)

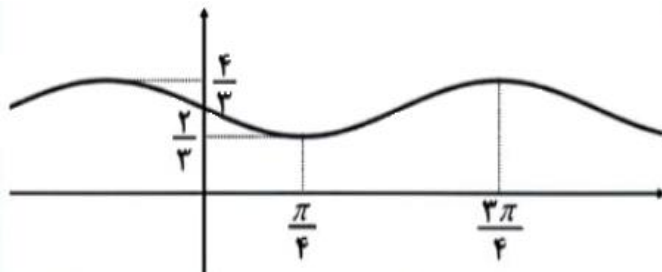


۱

(ت) نمودار زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin bx + 1$ است. حاصل ab را بیابید. (خرداد ۴۰۲)



ج) نمودار تابع $y = a \sin(bx) + c$ به صورت زیر است. ضابطه آن را تشخیص دهید. (مرداد ۴۰۳)



الف) مقدار ماکزیمم تابع $f(x) = a \cos \frac{x}{2} + 3$ برابر ۶ است. $|a|$ و دوره تناوب را به دست آورید. (دی ۴۰۲)

ب) اگر بیشترین و کمترین مقدار تابع به ترتیب ۹ و ۳ باشد، (دی ۴۰۲)

الف) مقادیر $|a|$ و c را بیابید.

ب) دوره تناوب تابع را به دست آورید.

۱/۵

درس دوم: معادلات مثلثاتی

سوالات صحیح - غلط

۱ درست یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

الف) مقدار عددی عبارت $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$ برابر $\frac{\sqrt{3}}{2}$ است. (دی ۱۴۰۱)

ب) فقط دو زاویه وجود دارد که مقدار کسینوس آن $\frac{2}{5}$ باشد. (دی ۴۰۲)

پ) تساوی $\sin a = 2 \sin \frac{a}{2} \cos \frac{a}{2}$ همواره برقرار است. (شهریور ۹۷)

سوالات تشریحی

۲ الف) مقدار عددی $\sin 15^\circ$ را محاسبه کنید. (دی ۹۹) (خارج ۹۹)

ب) مقدار عددی $\sin 22/5^\circ$ را محاسبه کنید. (شهریور ۹۸)

پ) حاصل عبارت $4 \sin x \cos x \cos 2x$ را به ازای $x = 7/5$ محاسبه نمایید. (شهریور ۴۰۰)

۳/۵

	ت) فرض کنید $\cos x = \frac{-4}{5}$ و زاویه x منفجره باشد. عبارت $y = \tan 2x$ را محاسبه کنید. (خرداد ۹۷) ث) حاصل $\cos^2 15^\circ$ را به دست آورید. (خرداد ۴۰۱) ج) اگر $\cos x = \frac{5}{13}$ و x زاویه‌ی حاده باشد، $\cos 2x$ را به دست آورید. (خارج ۹۹) خ) اگر a یک زاویه‌ی حاده و $\sin a = \frac{2}{5}$، حاصل $\cos 2a$ برابر است. (دی ۴۰۲) چ) مقدار عددی عبارت $\sin 15^\circ \cos 15^\circ$ برابر است. (خرداد ۴۰۳)	
۰/۷۵	درستی تساوی مقابل را ثابت کنید. (شهریور ۹۷) $\sin(a+b) + \sin(a-b) = 2 \sin a \cos b$	۳
۱۴	معادله های مثلثاتی زیر را حل کنید. (با راه حل) (۱) $\cos x (2 \cos x - 9) = 5$ (خرداد ۹۹) (۲) $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$ (دی ۹۸) (۳) $\cos 2a - \sin a + 1 = 1$ (خرداد ۹۸) (شهریور ۹۹) (۴) $\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4}$ (۵) $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ (خرداد ۴۰۰) (شهریور ۹۸) (۶) $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4}$ (۷) $\sin x - \cos 2x = 0$ (دی ۹۷) (۸) $\cos 2x - \sin x + 1 = 1$ (دی ۴۰۰) (۹) $\cos 2x - 3 \sin x + 4 = 0$ (شهریور ۴۰۱) (۱۰) $\sin 2x = \sin x$ (خرداد ۴۰۱) (۱۱) $2 \sin 3x - \sqrt{2} = 0$ (خارج ۴۰۱) (۱۲) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (خارج ۹۹) (۱۳) $2 \sin x + \sqrt{2} = \sqrt{8}$ (تیر ۹۸) (۱۴) $\cos 2x - \cos x = 0$ در $(0, \pi)$ (خرداد ۴۰۲)	۴

		(۱۵) $\cos 2x - 13 \cos x - 6 = 0$ (مرداد ۴۰۲)	
۱	۵	مثلثی با مساحت $8\sqrt{2}$ سانتی متر مربع مفروض است. اگر اندازه ی دو ضلع این مثلث به ترتیب ۴ و ۸ سانتی متر باشد. آنگاه چند مثلث با این خاصیت ها می توان ساخت؟ (شهریور ۴۰۰)	
۱	۶	نمودار تابع با ضابطه ی $y = \sin x$ و خط به معادله ی $y = \frac{1}{2}$ در دستگاه زیر رسم شده است، طول نقاط برخورد آنها را بیابید. (دی ۱۴۰۱)	
۱/۵	۷	الف) جوابهای معادله مثلثاتی $2 \sin 4x = 1$ را به دست آورید. کدام جواب در بازه $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ قرار دارد؟ (دی ۴۰۲)	
۱/۲۵		ب) جوابهای معادله $\cos(2x) = -\frac{1}{2}$ را در بازه $(0, \pi)$ به دست آورید. (خرداد ۴۰۳)	
۰/۵	۸	با توجه به محورهای کسینوس و تانژانت، اگر $\frac{\pi}{4} < a < \frac{\pi}{2}$ باشد آنگاه مقادیر $\cos a$ و $\tan a$ را باهم مقایسه کنید. (مرداد ۴۰۲)	

پاسخنامه سوالات

درس اول: تناوب و تانژانت

سوالات صحیح - غلط

۱	الف) نادرست (ص ۳۹) ب) درست (ص ۳۹) پ) نادرست (ص ۳۹) ت) درست ج) نادرست	۱/۲۵
سوالات جای خالی		
۲	الف) π (ص ۳۹) ب) $\mathbb{R}$ (ص ۳۹) پ) $x \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ (ص ۳۹) ت) صعودی	۱
سوالات تشریحی		
۳	$2x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$	۰/۵
۴	الف) $a = \frac{5 - (-1)}{2} = 3 \Rightarrow a = \pm 3, c = \frac{5 + (-1)}{2} = 2, b = \frac{2\pi}{8\pi} = \frac{1}{4} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{4}, y = \pm 3 \sin(\pm \frac{1}{4}x) + 2$ ب) $b = \frac{2\pi}{2} = \pi \Rightarrow b = \pm \pi, a = \frac{4 - (-4)}{2} = 4 \Rightarrow a = \pm 4, c = \frac{4 + (-4)}{2} = 0 \Rightarrow y = \pm 4 \sin(\pm \pi x)$ پ) $T = \frac{2\pi}{ b } \Rightarrow 4\pi = \frac{2\pi}{ b } \Rightarrow b = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}, a = \frac{M - m}{2} = \frac{-1 - (-7)}{2} = \frac{-1 + 7}{2} = 3 \Rightarrow a = \pm 3$ $c = \frac{M + m}{2} = \frac{-1 - 7}{2} = \frac{-8}{2} = -4 \Rightarrow y = a \sin bx + c = \begin{cases} y = 3 \sin \frac{1}{2}x - 4 \\ y = -3 \sin \frac{1}{2}x - 4 \\ y = 3 \sin \left(\frac{-1}{2}\right)x - 4 \\ y = -3 \sin \left(\frac{-1}{2}\right)x - 4 \end{cases}$	۱
۵	$\min = - a + c \rightarrow \max = \pi + 1, \min = -\pi + 1, T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{ -1 } = 2\pi$	۸/۷۵

$$\begin{aligned} \min &= -|a| + c \Rightarrow \min = -1 + \sqrt{3} \rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\left|\frac{\pi}{2}\right|} = 4 \quad (\text{صفحه ۴۰}) \quad (۲) \\ \min &= -|a| + c \Rightarrow \max = 1 + \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \min &= -|a| + c \Rightarrow \min = -1 + \sqrt{3} \rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\left|\frac{\pi}{2}\right|} = 4 \\ \min &= -|a| + c \Rightarrow \max = 1 + \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \min &= -|a| + c \rightarrow \max = \lambda, \min = -\lambda, T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{3}\right|} = 6\pi \quad (\text{صفحه ۴۰ ی}) \quad (۳) \\ \min &= -|a| + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \min &= -|a| + c \rightarrow \max = \pi - 2, \min = -\pi - 2, T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|} = 4\pi \quad (۴) \\ \min &= -|a| + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \min &= -|a| + c \Rightarrow \min = -|-3| + 1 = -2 \rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|2\pi|} = 1 \quad (\text{ص ۴۰}) \quad (۵) \\ \min &= -|a| + c \Rightarrow \max = |-3| + 1 = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \min &= -|a| + c \Rightarrow \min = -|-2| + 1 = -1 \rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\left|\frac{-\pi}{3}\right|} = 6 \quad (\text{ص ۴۰}) \quad (۶) \\ \min &= -|a| + c \Rightarrow \max = |-2| + 1 = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \min &= -|a| + c \Rightarrow \min = -|3| + 2 = -1 \rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|4|} = \frac{\pi}{2} \quad (\text{ص ۳۵}) \quad (۷) \\ \min &= -|a| + c \Rightarrow \max = |3| + 2 = 5 \end{aligned}$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|\pi|} = 2 \quad (\cdot / \Delta) \quad \max = |a| + c = 5 \quad (\cdot / \Delta) \quad \min = -|a| + c = -1 \quad (\cdot / \Delta) \quad (۸)$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{5} = 2 \quad (\cdot / \Delta), \max = |a| + c = 2 + 1 = 3 \quad (\cdot / 2\Delta) \quad \min = -|a| + c = -2 + 1 = -1 \quad (\cdot / 2\Delta) \quad (۹)$$

$$\begin{aligned} \min &= -|a| + c \Rightarrow \min = 3 - 2 = 1 \rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|2|} = \pi \quad (۱۰) \\ \min &= -|a| + c \Rightarrow \max = -3 - 2 = -5 \end{aligned}$$

$$|a| = \frac{5-1}{2} = 2 \rightarrow a = 2, c = \frac{5+1}{2} = 3, |b| = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2} \rightarrow y = 2 \cos\left(-\frac{x}{2}\right) + 3 \quad (\text{ص ۳۶}) \quad (\text{الف}) \quad ۶$$

$$|a| = \frac{2-(-2)}{2} = 2 \Rightarrow a = -2, |b| = \frac{2\pi}{2\pi} = 1 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow f(x) = -2 \cos x, c = \frac{2+(-2)}{2} = 0 \quad (\text{ص ۴۰}) \quad (\text{ب}) \quad ۱$$

۱	$2T = \frac{7\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = 4\pi \Rightarrow T = 2\pi, b = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1, c = \frac{M+m}{2} = \frac{4+(-2)}{2} = 1,$ $a = \pm \frac{M-m}{2} = \pm \frac{4-(-2)}{2} = 3 \rightarrow a = \pm 3$ در این صورت $y = 3 \cos x + 1$ or $y = -3 \cos x + 1$ که با بررسی نقاط $y = 3 \cos x + 1$ قابل قبول است. (ت) $\frac{2\pi}{ b } = 4\pi \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}, a = \frac{3-(-1)}{2} = 2 \Rightarrow a = \pm 2$ با توجه به نمودار ab باید منفی باشد بنابراین $ab = -1$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۱	$a + 3 = 6 \Rightarrow a = 3, T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$ (الف) $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{\frac{1}{8}} = \frac{\pi}{4}$ (ب) $a = \frac{\max - \min}{2} = \frac{9-3}{2} = 3, c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{9+3}{2} = 6$ (الف)	۱/۲۵
درس دوم: معادلات مثلثاتی		
توجه: علامت ⊗ در این پاسخنامه به معنی غیرقابل قبول بودن است.		
سوالات صحیح - غلط		
۰/۷۵	(الف) درست (ب) نادرست (پ) درست	۱
سوالات تشریحی		
۳/۲۵	$\sin 15^\circ = \sqrt{\frac{1 - \cos 30^\circ}{2}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$ $\sin^2 22.5^\circ = \frac{1 - \cos 45^\circ}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} \rightarrow \sin 22.5^\circ = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$ $2 \sin 2x \cos 2x = \sin 4x = \sin 4(7/5) = \frac{1}{2}$ (الف) (ص ۴۳) (ب) (ص ۴۸) (پ) (صفحه ی ۴۳) (ت) $\cos x = \frac{-4}{5} \Rightarrow \sin x = \pm \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \pm \sqrt{\frac{9}{25}} = \pm \frac{3}{5} \xrightarrow{90^\circ < x < 180^\circ} \sin x = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin 2x = 2 \sin x \cos x = \frac{-24}{25}$ $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x = 1 - \frac{18}{25} = \frac{7}{25} \Rightarrow \tan 2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \frac{\frac{-24}{25}}{\frac{7}{25}} = \frac{-24}{7}$	۳/۲۵

$$\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x) \xrightarrow{x=15^\circ} \cos^2 15^\circ = \frac{1}{2}(1 + \cos 30^\circ) = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{2 + \sqrt{3}}{2}\right)$$

(ث)

$$\cos^2 15^\circ = \frac{2 + \sqrt{3}}{4} \Rightarrow \cos 15^\circ = \sqrt{\frac{2 + \sqrt{3}}{4}}$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 2\left(\frac{5}{13}\right)^2 - 1 = \frac{2 \times 25}{169} - 1 = \frac{50 - 169}{169} = -\frac{119}{169}$$

(ج)

$$\frac{1}{4} \text{ (ج)} \quad \frac{17}{25} \text{ (خ)}$$

۰/۷۵

$$\underbrace{\sin a \cos b + \cos a \sin b}_{\cdot/25} + \underbrace{\sin a \cos b - \cos a \sin b}_{\cdot/25} = \underbrace{2 \sin a \cos b}_{\cdot/25}$$

۳

۱۳

$$\underbrace{2\cos^2 x - 9\cos x - 5 = 0}_{\cdot/25} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 5 \Rightarrow \cos x = 5 \otimes \\ \cos x = \frac{-1}{2} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

(۱) صفحه ی (۴۸)

$$\underbrace{2\cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0}_{\cdot/5} \Rightarrow \cos x(2\cos x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \cos x = \frac{1}{2} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

(۲) صفحه ی (۴۷)

$$\underbrace{1 - \sin^2 a - \sin a + 1 = 1}_{\cdot/5} \Rightarrow 2\sin^2 a + \sin a - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin a = -1 \rightarrow a = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \sin a = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} a = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ a = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$$

(۳)

$$\underbrace{1 - \sin^2 x - \sin x = \frac{1}{4}}_{\cdot/25} \Rightarrow \underbrace{\sin^2 x - \sin x - \frac{3}{4} = 0}_{\cdot/25} \Rightarrow \underbrace{\sin x = \frac{1}{2}}_{\cdot/25} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \rightarrow \underbrace{\sin x = \frac{-3}{2}}_{\cdot/25} \rightarrow \otimes$$

(۴)

$$\underbrace{2\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}}_{\cdot/25} \Rightarrow \underbrace{\sin 2x = \sin \frac{\pi}{3}}_{\cdot/5} \Rightarrow \begin{cases} 2x = k\pi + \frac{\pi}{6} \\ 2x = k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

(۵) صفحه ی ۴۷

$$\underbrace{2 \times (\sin x \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4})}_{\cdot/25} \Rightarrow \underbrace{\sin 2x = \sin \frac{\pi}{4}}_{\cdot/25} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{8} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi + \frac{3\pi}{8} \end{cases}$$

(۶)

$$\underbrace{\sin x - 1 + 2 \sin^2 x = 0}_{\cdot / \Delta} \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \end{cases} \quad (۷) \text{ ص } (۴۸)$$

$$\underbrace{\sin x - 1 + 2 \sin^2 x = 0}_{\cdot / \Delta} \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \end{cases} \quad (۸) \text{ ص } (۴۸)$$

$$\cos 2x - 3 \sin x + 4 = 0 \rightarrow 1 - 2 \sin^2 x - 3 \sin x + 4 = 0 \quad (\cdot / 2\Delta) \Rightarrow -2 \sin^2 x - 3 \sin x + 5 = 0 \quad (\cdot / 2\Delta) \quad (۹)$$

$$\begin{cases} \sin x = \frac{-5}{2} \Rightarrow \otimes (\cdot / 2\Delta) \\ \sin x = 1 (\cdot / 2\Delta) \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} (\cdot / \Delta) \end{cases}$$

$$\sin 2x = \sin x \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + x (\cdot / 2\Delta) \rightarrow x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ 2x = 2k\pi + \pi - x (\cdot / 2\Delta) \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad (۱۰) \text{ ص } (۴۸)$$

$$1 - 2 \sin^2 x - 3 \sin x + 4 = 0 \Rightarrow -2 \sin^2 x - 3 \sin x + 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{-5}{2} \otimes \\ \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (۱۱)$$

$$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (۱۲)$$

$$2 \sin x + \sqrt{2} = \sqrt{2} \Rightarrow 2 \sin x + \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{\pi}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (۱۳)$$

$$(۱۴)$$

$$\cos 2x - \cos x = 0 \Rightarrow \cos 2x = \cos x \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \left(\frac{2\pi}{3} \in (0, \pi) \right) \text{ or } x = 2k\pi \notin (0, \pi)$$

	$\cos 2x - 13 \cos x - 6 = 0 \Rightarrow 2 \cos^2 x - 13 \cos x - 7 = 0$ $\cos x = \frac{-1}{2} \Rightarrow \cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$	(۱۵)
۱	(صفحه ی ۴۷) $\frac{1}{2} \times 4 \times 8 \sin \theta = 8\sqrt{2} \Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta = 45^\circ, \theta = 135^\circ$ (۰/۲۵)	۵
۱	$\sin x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \text{ (۰/۲۵)} \rightarrow x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$	۶
۲/۷۵	$\sin 4x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} 4x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{24} \\ 4x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{5\pi}{24} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{24}, \frac{\pi}{24} \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ (الف) $\cos(2x) = -\frac{1}{2} \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3} \in (0, \pi)$ (ب)	۷
۰/۵		$\tan a > \cos a$

سوالات نهایی فصل سوم ریاضی ۳ - حد بی نهایت و حد در بی نهایت - ۱۳۹۷ تا ۱۴۰۳

تهیه و تنظیم: کمال زارع (دبیر ریاضی ناحیه ۴ تبریز - مدرس تخصصی ریاضیات متوسطه)

بارم بندی

بارم شهر یور: ۲ نمره

بارم نوبت دوم: ۲ نمره

بارم نوبت اول: ۵ نمره

درس اول: حد بی نهایت

سوالات صحیح - غلط

۱ درست یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

(شهر یور ۴۰۱)

(۱) بازه $(2, 5)$ ، یک همسایگی برای ۴ است.

(دی ۹۸)

(۲) چند جمله ای $f(x) = 2x^2 + 5x^2 - 3x - 10$ بر دو جمله ای $x + 2$ خشی پذیر است.

(دی ۹۹)

(۳) در چند جمله ای $P(x)$ بر $x - a$ ، باقی مانده برابر $P(a)$ است.

(دی ۴۰۲)

(۴) باقیمانده تقسیم $P(x) = 2x^3 - x^2 + 1$ بر $x - 1$ برابر ۲ است.

سوالات جای خالی

۲ جاهای خالی را تکمیل کنید.

(خ خرداد ۹۹)

(۱) باقیمانده تقسیم $2x^2 - 5x + 1$ بر $x - 3$ برابر است.

(دی ۱۴۰۰)

(۲) چند جمله ای $P(x) = 2x^2 + x^2 + 1$ بر دو جمله ای خشی پذیر است. $((x+1), (x-1))$

(۳) در تقسیم چند جمله ای $f(x) = 2x^2 + 5x^2 - 3x - 10$ بر $x + 2$ ، باقی مانده تقسیم برابر است. (مرداد ۴۰۳)

(۴) بازه $(-2, 0)$ ، یک همسایگی چپ برای عدد است. (دی ۴۰۲)

سوالات تشریحی

۳ (۱) آیا مقدار $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{[x] - 1}$ وجود دارد؟ چرا؟ (خرداد ۴۰۲)

۴ حاصل حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9}$$

(۲) شهر یور ۴۰۱

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{2x^2 - 7x + 3}$$

(۱) خرداد ۴۰۱

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 9}{x^2 + 3x}$$

(۴) خرداد ۴۰۱

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}$$

(۳) دی ۴۰۱

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \tan x =$$

(۶) شهر یور ۴۰۰

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{\sin^2 x}$$

(۵) خرداد ۴۰۱

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3} =$$

(۸) دی ۹۹

$$\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^-} \frac{[x]}{|3x + 1|} =$$

(۷) خرداد ۴۰۰

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{2x}{x - 5}$$

(۱۰) خراج ۹۹

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 3}{|2x - 1|} =$$

(۹) شهریور ۹۹

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3} =$$

(۱۲) خرداد ۹۹

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-3x}{x^2 - 4}$$

(۱۱) خراج ۹۹

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1}{1 - \cos x} =$$

(۱۴) شهریور ۹۸

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{|x - 3|} =$$

(۱۳) دی ۹۸

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x}{1 - x^2}$$

(۱۶) تیر ۹۸

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{\sin x} =$$

(۱۵) دی ۹۸

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 + x - 2}$$

(۱۸) شهریور ۴۰۰

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1}$$

(۱۷) دی ۱۴۰۰

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - \sqrt{x + 6}} =$$

(۲۰) خرداد ۹۹

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x - 1}}{x - 5} =$$

(۱۹) خرداد ۴۰۰

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{x^2 - 16} =$$

(۲۲) شهریور ۹۸

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{2x + 3}} =$$

(۲۱) دی ۹۸

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x + 1} - 2} =$$

(۲۴) دی ۹۷

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x + 1}} =$$

(۲۳) خراج ۹۹

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt[3]{x} - 1} =$$

(۲۶) خرداد ۴۰۲

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{(x - 1)(x + 2)} =$$

(۲۵) خرداد ۹۸

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{1}{\cos x} =$$

(۲۸) شهریور ۴۰۱

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x - 2}{|\sin x|} =$$

(۲۷) خرداد ۴۰۲

$$\lim_{x \rightarrow (-\pi)^+} \frac{1}{\sin x} =$$

(۳۰) مرداد ۴۰۳

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{\sqrt[3]{x + 1}} =$$

(۲۹) مرداد ۴۰۳

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3 - [x]}{x - 3} =$$

(۳۲) خرداد ۴۰۳

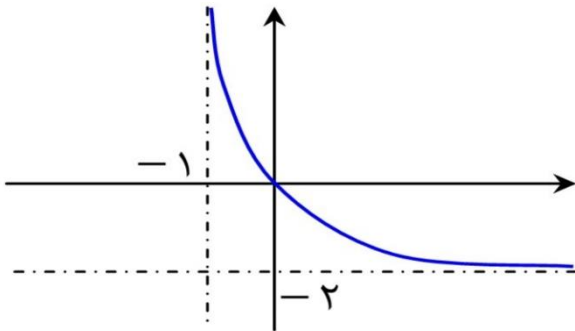
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1} =$$

(۳۱) خرداد ۴۰۳

$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x]}{x-2} =$	۴۰۲ دی (۳۴)	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{(x-5)^4} =$	۴۰۳ خرداد (۳۳)
		$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1} =$	۴۰۲ شهریور (۳۵)
اگر به ازای هر x داشته باشیم $3 - x^2 \leq g(x) \leq 3 \cos 2x$ ، حد تابع $g(x)$ را در نقطه $x = 0$ تعیین کنید. (شهریور ۹۷)			
۵			
درس دوم: حد در بی نهایت			
سوالات جای خالی			
۱ جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید.			
الف) حد تابع $f(x) = \frac{-3x^2 + 5x^2}{2x^2 + 9}$ وقتی $x \rightarrow -\infty$ میل کند برابر است. (شهریور ۹۸)			
ب) حد تابع $g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x > 0 \\ \frac{5x^2 - 3x}{-x^2 + 1} & x \leq 0 \end{cases}$ وقتی $x \rightarrow -\infty$ برابر است. (دی ۹۷)			
پ) حد تابع $f(x) = \frac{5x + 4}{x^2 + x - 8}$ وقتی که $x \rightarrow -\infty$ برابر است. (خرداد ۹۹)			
سوالات تشریحی			
۲ حاصل حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.			
$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-x}{5x+4} =$	۴۰۱ شهریور (۲)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^2 + 5x}{2x^2 + 9} =$	۴۰۰ شهریور (۱)
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 5x + 1}{6x^2 - 11x^2 - 3} =$	۹۹ شهریور (۴)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x^2}}{\frac{4}{x} - 5} =$	۴۰۰ خرداد (۳)
$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(9 + \frac{7}{x^2} \right) =$	۹۹ خرداد (۶)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2x-3} =$	۹۹ خرداد (۵)
$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 4x^5}{x^2} =$	۴۰۲ خرداد (۸)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{3x-1} =$	۹۹ خرداد (۷)
$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^2 + 7x - 9}{2x^2 - 4x^2 + x} =$	۴۰۳ خرداد (۱۰)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x} - 1}{2 - \frac{3}{x^2}} =$	(۹) (مرداد ۴۰۳)
		$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+x-4x^2}{3x+2x^2} =$	۴۰۲ دی (۱۱)

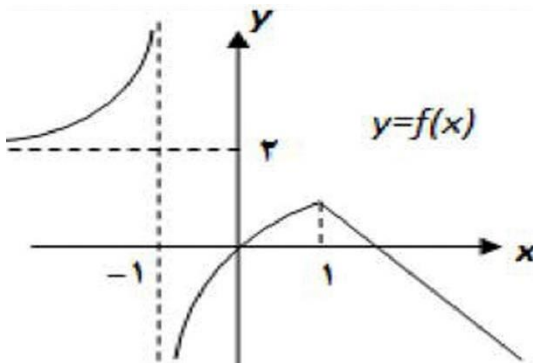
(۱) با استفاده از نمودار تابع

حدهای خواسته شده را بنویسید. (خرداد ۹۸)



(۲) با استفاده از نمودار تابع

حدهای خواسته شده را بنویسید. (شهریور ۹۹)

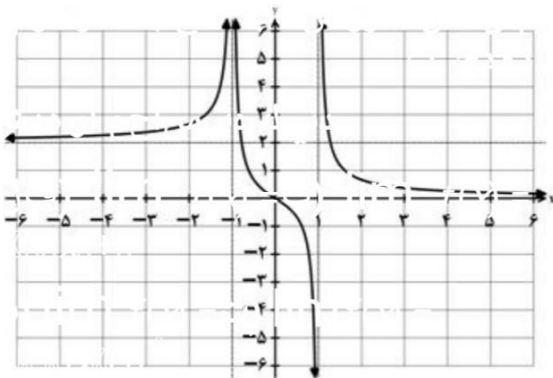


الف) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) =$

ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

(۳) با استفاده از نمودار تابع f حدود خواسته

شده را محاسبه کنید. (خرداد ۴۰۱)



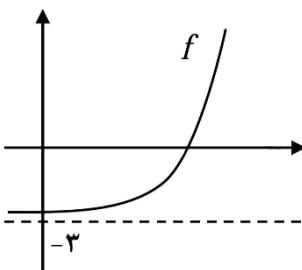
الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

پ) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$

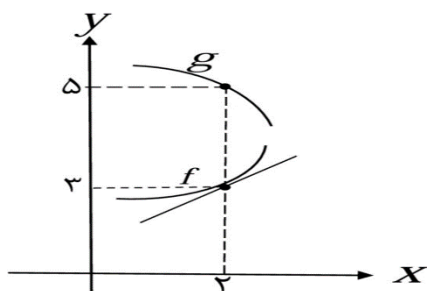
ت) $\lim_{x \rightarrow (1)^-} f(x) =$

(۴) با توجه به نمودار f حاصل حدهای زیر را بنویسید. (شهریور ۴۰۲)



$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots\dots\dots$

, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots\dots\dots$



(۵) با توجه به نمودارهای توابع f و g

حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 3g(x)}{x - 2}$

چند برابر $f'(2)$ است؟ (خرداد ۴۰۲)

(۱) هریک از حد های زیر را حساب کنید. (خرداد ۹۷)

۴

(الف)

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + \sqrt{x+2}}{x^2 + x}$$

(ب)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin 2x} =$$

(ج)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 7x - 1}{x^2 + 6x^2} =$$

(د)

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-1}{(x+1)^2} =$$

(ح)

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{(x+1)^2} =$$

(خ)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{3x} =$$

(ر)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 4x^2}{-2x^2 + x} =$$

پاسخنامه سؤالات

درس اول: حد بی‌نهایت

سؤالات صحیح - غلط

(۴) درست

(۳) درست

(۲) درست

(۱) درست (۰/۲۵)

۱

سؤالات جای خالی

(۴) صفر

(۳) صفر

(۲) $x+1$

(۱) ۴

۲

سؤالات تشریحی

(۱) خیر زیرا مخرج را صفر می‌کند و تابع تعریف نشده می‌شود.

۳

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{2x^2 - 7x + 3} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x-2)}{\frac{1}{2}(2x-6)(2x-1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x-2)}{(x-3)(2x-1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{2x-1} = \frac{2-2}{2(2)-1} = \frac{0}{3} = 0 \quad (۱)$$

۴

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x}-3}{x-9} = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x}-3}{x-9} \times \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3} = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x-9}{(x-9)(\sqrt{x}+3)} = \frac{1}{\sqrt{9}+3} = \frac{1}{6} \quad (۲)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)\sqrt{x}+1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x+1)\sqrt{x}+1} = \frac{1}{(1+1)(\sqrt{1}+1)} = \frac{1}{4} \quad (۳)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{\sin^2 x} = \frac{1}{0^+} = +\infty \quad (۵)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-9}{x^2+3x} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x-3)(x+3)}{x(x+3x)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x-3}{x} = \frac{-2-3}{-2} = \frac{-5}{-2} = \frac{5}{2} \quad (۴)$$

$$\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^+} \frac{[x]}{|3x+1|} = \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^+} \frac{\left[\frac{-1}{2}\right]}{\left|3\left(\frac{-1}{2}\right)+1\right|} = \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^+} \frac{-1}{\frac{1}{2}} = -\infty \quad (۷)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = +\infty \quad (۶)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x]-3}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2-3}{2-3} = \frac{-1}{0^-} = +\infty \quad (۸)$$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{[x]-3}{2x-1} = \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{\left[\frac{1}{2}\right]-3}{2\left(x-\frac{1}{2}\right)} = \frac{0-3}{2 \times 0^+} = \frac{-3}{0^+} = -\infty \quad (۹)$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-3x}{x^2-4} = \frac{-3(-2)}{(-2)^2-4} = \frac{+6}{0^+} = +\infty \quad (۱۱)$$

$$\lim_{x \rightarrow \delta^{-1}} \frac{2x}{x-\delta} = \lim_{x \rightarrow \delta^{-1}} \frac{2(\delta)}{\delta^{-1}-\delta} = \frac{1 \cdot 0}{0^-} = -\infty \quad (۱۰)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{1 - \cos x} = \frac{1}{1 - 1^-} = \frac{1}{0^+} = +\infty \quad (14)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{|x - 3|} = \frac{2}{0^+} = +\infty \quad (13)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-1}{x - 3} = \frac{-1}{0^-} = +\infty \quad (12)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x}{1 - x^2} = \frac{2(1)}{1 - (1^+)} = \frac{2}{0^+} = +\infty \quad (16)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{\sin x} = \frac{[0^-]}{\sin(0^-)} = \frac{-1}{0^-} = +\infty \quad (15)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(x)(2x - 1)}{(2x + 1)(2x - 1)} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(x)}{(2x + 1)} = \frac{1}{2(\frac{1}{2}) + 1} = \frac{1}{2} \quad (17)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{(x + 2)(x - 1)(x + \sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x - 1)}{(x + 2)(x - 1)(x + \sqrt{x})} = \frac{+1}{6} \quad (18)$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x - 1}}{x - 5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x - 1}}{x - 5} \times \frac{2 + \sqrt{x - 1}}{2 + \sqrt{x - 1}} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(2 - \sqrt{x - 1})(2 + \sqrt{x - 1})}{(x - 5)(2 + \sqrt{x - 1})} \quad (19)$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{-(x - 5)}{(x - 5)(2 + \sqrt{x - 1})} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-1}{(2 + \sqrt{x - 1})} = \frac{-1}{2 + \sqrt{5 - 1}} = \frac{-1}{4}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - \sqrt{x + 6}} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 3)(x + 1)}{x - \sqrt{x + 6}} \times \frac{x + \sqrt{x + 6}}{x + \sqrt{x + 6}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 3)(x + 1)(x + \sqrt{x + 6})}{x^2 - x - 6} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 3)(x + 1)(x + \sqrt{x + 6})}{(x - 3)(x + 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 1)(x + \sqrt{x + 6})}{(x + 2)} = \frac{(2 + 1)(2 + \sqrt{2 + 6})}{2 + 2} = \frac{24}{4} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{2x + 3}} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x - 1)(x + 1)(x - \sqrt{2x + 3})}{(x + \sqrt{2x + 3})(x - \sqrt{2x + 3})} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x - 1)(x + 1)(x - \sqrt{2x + 3})}{x^2 - 2x - 3} \quad (21)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x - 1)(x + 1)(x - \sqrt{2x + 3})}{(x - 3)(x + 1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x - 1)(x - \sqrt{2x + 3})}{(x - 3)} = \frac{(-1 - 1)(-1 - \sqrt{-2 + 3})}{(-1 - 3)} = -1$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{x^2 - 16} &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{(x - 4)(x + 4)} \times \frac{2 + \sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{4 - x}{(x - 4)(x + 4)(2 + \sqrt{x})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{-1}{(x + 4)(2 + \sqrt{x})} = \frac{-1}{(4 + 4)(2 + \sqrt{4})} = \frac{-1}{32} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x + 1}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x + 1}} \times \frac{2 + \sqrt{x + 1}}{2 + \sqrt{x + 1}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 3)(x + 3)(2 + \sqrt{x + 1})}{(2 - \sqrt{x + 1})(2 + \sqrt{x + 1})} \quad (23)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 3)(x + 3)(2 + \sqrt{x + 1})}{4 - (x + 1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 3)(x + 3)(2 + \sqrt{x + 1})}{3 - x} = \lim_{x \rightarrow 2} -(x + 3)(2 + \sqrt{x + 1}) = -24$$

(۲۴)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x+1} - 2} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(\sqrt{x+1}+2)}{(\sqrt{x+1}-2)(\sqrt{x+1}+2)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(\sqrt{x+1}+2)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x+3)(\sqrt{x+1}+2) = 24$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{(x-1)(x+2)} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{(x-1)(x+2)} \times \frac{x + \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{(x-1)(x+2)(x + \sqrt{x})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+2)(x + \sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{(x+2)(x + \sqrt{x})} = \frac{1}{(1+2)(1+\sqrt{1})} = \frac{1}{6} \end{aligned} \quad (25)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\pi^-} \frac{x-2}{|\sin x|} = \frac{-2}{\cdot^+} = -\infty \quad (27) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1} = \frac{(x-1)(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)}{x-1} \xrightarrow{x=1} = 3 \quad (26)$$

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)^+} = \frac{1}{\cdot^-} = -\infty \quad (28)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{\sqrt[3]{x} + 1} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x+2)(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} + 1)}{x+1} = 3 \quad (29)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-1} = 2 \quad (31)$$

$$\lim_{x \rightarrow (-\pi)^+} \frac{1}{\sin x} = \frac{1}{\cdot^-} = -\infty \quad (30)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(x-5)^6} = \frac{1}{\cdot^+} = +\infty \quad (33)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3 - [x]}{x-3} = \frac{1}{\cdot^-} = -\infty \quad (32)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x]}{x-2} = \frac{1}{\cdot^-} = -\infty \quad (34)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1} \times \frac{\sqrt{3x+1}+2}{\sqrt{3x+1}+2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+1-4}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)} = \frac{3}{4} \quad (35)$$

$$\underbrace{\lim_{x \rightarrow 0} (3 - x^2)}_{\cdot/25} = 3 = \underbrace{\lim_{x \rightarrow 0} (3 \cos 2x)}_{\cdot/25} = 3 \Rightarrow \underbrace{\lim_{x \rightarrow 0} g(x)}_{\cdot/25} = 3 \quad \text{باتوجه به قضیه یی فشردگی (۰/۲۵)}$$

۴

درس دوم: حذر در بی نهایت

سوالات جای خالی

پ) صفر (۰/۲۵) (نمره)

ب) ۵- (۰/۲۵) (نمره) (ص ۶۳)

الف) $-\infty$ (ص ۶۳) (۰/۲۵) (نمره)

۱

سوالات تشریحی

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 + \frac{1}{x}}{x - 5} = -\frac{3}{5} \quad (۳)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - x}{5x + 4} = \frac{-x}{5x} = \frac{-1}{5} \quad (۲)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^5(-4 + \frac{5}{x^5})}{x^7(2 + \frac{9}{x^7})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(-2)x^5}{x^7} = -\infty \quad (۱)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2x - 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2x} = \frac{1}{-\infty} = 0 \quad (۵)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^7}{6x^7} = \frac{1}{3} \quad (۴)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 1}{2x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{2x} = \frac{2}{2} \quad (۷)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(9 + \frac{7}{x^7} \right) = 9 + \left(\frac{7}{(-\infty)^7} \right) = 9 + \frac{7}{+\infty} = 9 + 0 = 9 \quad (۶)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x} - 1}{2 - \frac{3}{x^7}} = \frac{-1}{2} \quad (۹)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^7 + 4x^5}{x^7} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^5}{x^7} = +\infty \quad (۸)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + x - 4x^7}{2x + 2x^7} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^7}{2x^7} = -2 \quad (۱۱)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^7 + 7x - 9}{2x^7 - 4x^7 + x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^7}{2x^7} = -3 \quad (۱۰)$$

(ب) ۲

(۲) الف) $-\infty$

(ب) $+\infty$ (هر کدام ۰/۲۵ نمره)

(۱) الف) -۲

(ت) $-\infty$ (۰/۲۵)

(پ) $+\infty$ (۰/۲۵)

(ب) ۲ (۰/۲۵)

(۳) الف) صفر (۰/۲۵)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad (۴)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 3g(x)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - f(2)g(2)}{x - 2} = \quad (۵)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} g(x) \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} g(x) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 5 f'(2)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^7 - x - 2}{(x^7 + x)(x - \sqrt{x + 2})} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x - 2)(x + 1)}{x(x + 1)(x - \sqrt{x + 2})} = \frac{-3}{2} \quad (الف) (۱)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^7 x}{2x \sin x \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \times \frac{1}{\cos x} \right) = 1 \quad (ب)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-1}{(x + 1)^7} = \frac{-1}{0^+} = -\infty \quad (د)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^7}{x^7} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{x^7} = 0 \quad (ج)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4x^7}{-2x^7} = 2 \quad (ز)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 4 - 4}{2x(\sqrt{x + 4} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{2x(\sqrt{x + 4} + 2)} = \frac{1}{12} \quad (خ)$$

$$\frac{1}{0^+} = +\infty \quad (ح) \quad (۲)$$

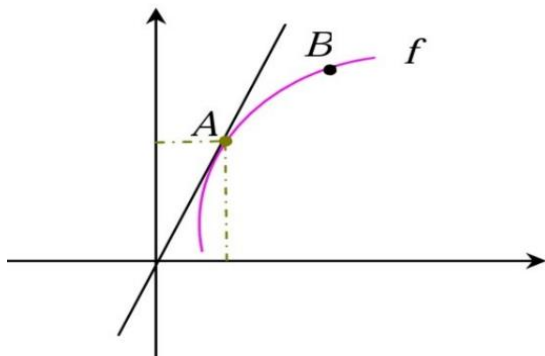
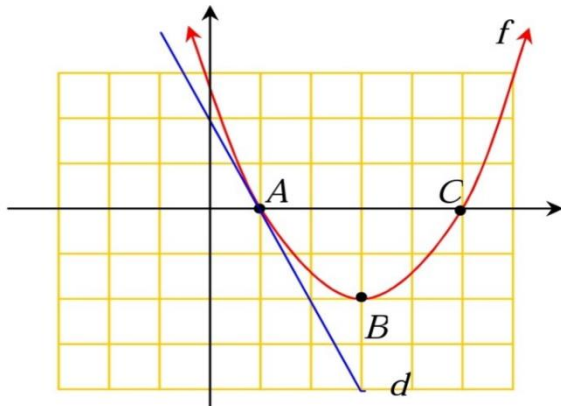
سوالات نهایی فصل چهارم ریاضی ۳ - مشتق - ۱۳۹۷ تا ۱۴۰۳

تهیه و تنظیم: کمال زارع (دبیر ریاضی ناحیه ۴ تبریز - مدرس تخصصی ریاضیات متوسطه)

ردیف	بارم بندی:	نوبت اول: ۳ نمره تا صفحه ۷۶	نوبت دوم: ۵ نمره
درس اول: آشنایی با مفهوم مشتق			
سوالات جای خالی			
۱	(۱) اگر $f(x) = -x^2$ آنگاه $f''(1)$ برابر با است. (۲) اگر توابع $f'(1) = 3$, $g'(1) = 5$ آنگاه $(3f + 2g)'(1)$ برابر است. (۳) اگر $f'(2) = 3$ و $g'(2) = 5$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $(2g - f)'(2)$ برابر است. (۴) اگر $h(x) = 3x^6 + 2x^2 - 1$ باشد، آنگاه $h''(1)$ برابر است.	(شهریور ۴۰۲) (خرداد ۴۰۱) (دی ۹۷) (دی ۹۹)	
سوالات تشریحی			
۰/۷۵	(۱) اگر $f(x) = 1 - 2x^2$ باشد. $f'(-1)$ را با استفاده از تعریف مشتق به دست آورید. (دی ۹۷) (۲) مشتق تابع $f(x) = x^3 - 2$ را با استفاده از تعریف مشتق در نقطه ای به طول $x = -1$ به دست آورید. (خرداد ۹۸) (۳) با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^2 - x$ را در نقطه $x = 3$ به دست آورید. (خرداد ۹۷) (۴) اگر $f(x) = \frac{1}{x}$ آنگاه به کمک تعریف مشتق نشان دهید: $f'(x) = \frac{-1}{x^2}$ (شهریور ۴۰۲) (۵) شیب خط مماس بر منحنی $f(x) = x^2 - x$ را در نقطه $x = 3$ با استفاده از تعریف مشتق به دست آورید. (دی ماه ۴۰۳) (۶) با استفاده از تعریف مشتق، شیب نیم مماس چپ تابع $f(x) = x^2 - 4$ را در $x = 2$ به دست آورید. (خرداد ۴۰۳)	۱ ۱/۲۵ ۱ ۱ ۱/۲۵	
۰/۵	(۱) شیب خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = x^2 - x$ را در نقطه $x = 2$ به دست آورید.		۳

۱/۲۵ ۱	(۲) اگر $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ باشد، $f'(2)$ را به دست آورید و معادله‌ی خط مماس بر منحنی تابع را در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن بنویسد. (خارج ۹۹) (۳) اگر نمودار تابع f از نقطه $A(2, 4)$ بگذرد و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3$ باشد، معادله خط مماس بر نمودار f را در نقطه A به دست آورید. (خرداد ۴۰۳)
۰/۵ ۰/۵	(۱) از بین نقاط مشخص شده A و B و C و D و E روی نمودار مقابل، در کدام نقطه: (الف) مقدار تابع صفر ولی مقدار مشتق آن مثبت است؟ (ب) مقدار تابع مثبت ولی مقدار مشتق آن منفی است؟ (شهریور ۴۰۱) (۲) با توجه به نمودار تابع f، اگر شیب خط مماس در نقاط a، b، c به ترتیب با نمایش m_c, m_b, m_a داده شود. کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح است؟ (خرداد ۴۰۱) (الف) $m_c > m_b > m_a$ (ب) $m_c < m_a < m_b$ (پ) $m_c < m_b < m_a$ (ت) $m_c = m_a = m_b$
۱ ۱	(۱) الف) برای تابع در شکل روبرو داریم $f'(4) = 1/5$، $f(4) = 24$ با توجه به شکل، مختصات نقاط A و B و C را بیابید. (خرداد ۴۰۰) (دی ۹۷) (۲) برای تابع f در شکل روبه رو داریم: $f'(4) = \frac{3}{2}$ و $f(4) = 5$ باتوجه به شکل، مختصات نقاط A و B را بیابید. (شهریور ۹۹)

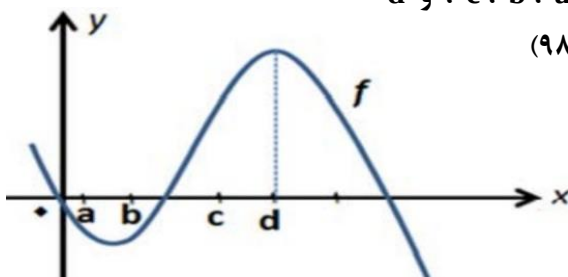
(۳) در نمودار مقابل خط d در نقطه بر نمودار مماس شده است: (خرداد ۹۹)
الف) مشتق تابع f را در نقطه $x = 1$ محاسبه کنید.
ب) شیب نمودار را در نقاط B و C مقایسه کنید.



(۴) نمودار تابع f به صورت روبه رو رسم شده است. (دی ۴۰۱)
اگر خط در نقطه‌ای بر نمودار تابع f مماس باشد:
الف) حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ را بیابید.

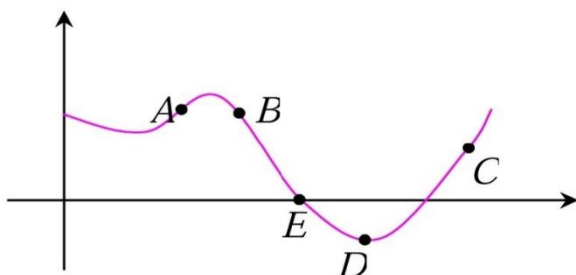
ب) شیب خط مماس در نقاط A و B را مقایسه کنید.

(۱) با در نظر گرفتن نمودار تابع در شکل زیر، نقاط به طول های a, b, c, d و d را با مشتق های داده در جدول نظیر کنید. (شهریور ۴۰۰) (دی ۹۸)



$f'(x)$	-0.5	0	0.5	2
x				

(۲) نقاط داده شده روی منحنی زیر را با شیب های ارائه شده در جدول نظیر کنید. (یک نقطه اضافی است) (دی ۹۹)

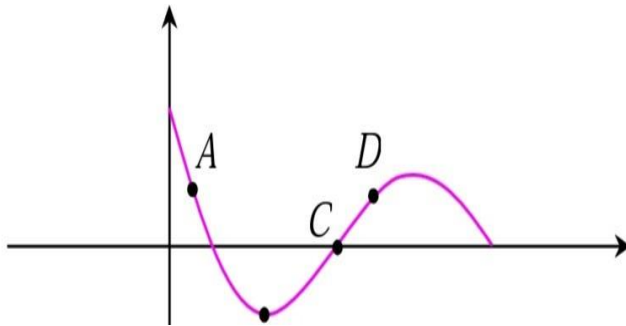


شیب	-3	-1	0	1
نقطه				

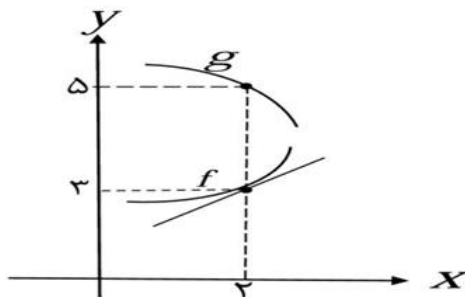
۳) نقاط داده شده روی منحنی

را با شیب های ارائه شده

در جدول نظیر کنید. (شهریور ۹۸)



شیب	۱	۰	۰/۵	-۲
نقطه				

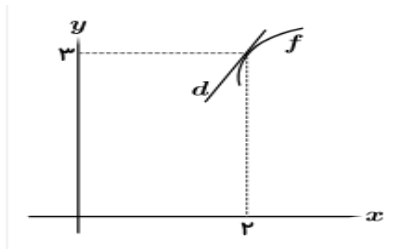


۴) با توجه به نمودارهای توابع f و g

حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 3g(x)}{x - 2}$

چند برابر $f'(2)$ است؟ (خرداد ۴۰۲)

۵) با توجه به شکل، اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5f(x) - 15}{x - 2} = 10$ باشد معادله ی خط d را به دست آورید. (مرداد ۴۰۳)



مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی است)

۱) $f(x) = (x^2 + 1)^2 (5x - 1)$ (دی ۹۸) $g(x) = \frac{9x - 2}{\sqrt{x}}$ (۲)

۴) $f(x) = \left(\frac{x}{2x - 1}\right)^5$ (دی ۹۷) $g(x) = x^2 \sqrt{x + 1}$ (۵)

۶) $f(x) = \left(\frac{x^2}{3x - 1}\right)^5$ (دی ۹۹) $g(x) = (\sqrt{2x + 2})(x^2 + 1)$ (۷)

۸) $f(x) = (x^2 - 2x + 1)^2$ (۹) $g(x) = \cos 2x \times \tan x$

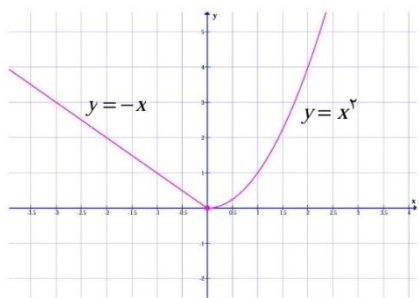
۱۰) $h(x) = \frac{1}{1 + \sqrt{x}}$ (شهریور ۹۷)

۲/۵	$f(x) = \frac{\Delta x^r - x}{\sqrt{x}}$ (۱۲) (شهریور ۹۸)	$y = \frac{1}{x} (2\sqrt{x} - 1)^r$ (۱۱)
۱/۷۵	$g(x) = (\frac{1}{x})(x^r + \Delta x)^r$ (۱۳) (شهریور ۹۹)	$f(x) = \frac{3x+1}{\sqrt{x}}$ (۱۳)
۱/۵	$g(x) = \frac{x}{\sqrt{3x+2}}$ (۱۵) (شهریور ۴۰۰)	$f(x) = (x^r + 2x + 1)^\Delta$ (۱۴)
۱/۵	$g(x) = (3x^r - 4)(2x - \Delta)^r$ (۱۷) (خرداد ۴۰۰)	$f(x) = \frac{9x-2}{\sqrt{x}}$ (۱۶)
۱/۷۵	$g(x) = (\frac{1}{x})(\sqrt{3x+2})$ (۱۹) (خرداد ۹۹)	$f(x) = (\frac{-3x+1}{x^r + \Delta})^\Delta$ (۱۸)
۱/۵	$g(x) = \frac{\sqrt{x}}{1-x}$ (۲۱) (خرداد ۹۸)	$f(x) = (x^r - 3x)^\Delta$ (۲۰)
۱/۷۵	$\cos^r x \times \tan x$ (۲۳) (خرداد ۹۷)	$f(x) = \frac{x-1}{3-x^r}$ (۲۲)
۱/۷۵	$g(x) = (\sqrt{3x+2})(x^r + 1)$ (۲۵) (دی ۴۰۰)	$f(x) = (x^r + 2x - 1)^\Delta$ (۲۴)
۱/۷۵	$g(x) = (\sqrt{3x+1})(x^r + 2x)$ (۲۷) (شهریور ۴۰۱)	$f(x) = \frac{-2x+3}{x+4}$ (۲۶)
	$f(x) = \frac{x^r - 3x + 1}{-3x + 1}$ (۲۹) (خارج ۹۹)	$f(x) = \sqrt{\frac{9x-2}{x+1}}$ (۲۸) (خرداد ۴۰۱)
۲/۲۵	$h(x) = (2x^\Delta - 1)^r$ (۳۲) (خرداد ۴۰۲)	$g(x) = \frac{-7x^r + 1}{x-6}$ (۳۱)
۲/۲۵	$g(x) = \sqrt[3]{2x+1}$ (۳۴) (شهریور ۴۰۲)	$f(x) = \sqrt{3x+1}(x^r + 4)$ (۳۰)
۱/۵	$g(x) = \left(\frac{2x-1}{x+1}\right)^r$ (۳۶) (دی ۴۰۱)	$f(x) = \frac{(2x-1)^r}{x^r + 8}$ (۳۳)
		$f(x) = x(x-1)(x+1)$ (۳۵)

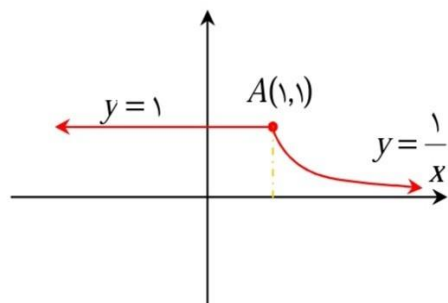
۲	(۳۷) $f(x) = (x^2 - \sqrt{x} + 1)^4$ (۳۸) $g(x) = \sqrt{3x+1}(x^2 + 2x)$ (خارج ۴۰۱) (۳۹) $f(x) = (2x^6 + \sqrt{2x})^7$ (۴۰) $g(x) = \frac{2x^2 - 1}{-x^2 + 2x}$ (دی ۴۰۳) (۴۱) $h(x) = \left(\frac{\sqrt{1-3x}}{7+x} \right)^6$ (مرداد ۴۰۳) (۴۲) $f(x) = (x-6)^2 + \frac{5x+3}{\sqrt{2x-1}}$ (خرداد ۴۰۳)	
۱	۸ (۱) اگر توابع f, g مشتق پذیر باشند و $f(2) = 3, f'(2) = 5, g(2) = 8, g'(2) = -6$ حاصل $(fg)'(2)$ را به دست آورید. (خرداد ۴۰۱) (۲) اگر توابع f, g مشتق پذیر باشند و $f'(1) = 3, g'(1) = 5$ آنگاه حاصل $(3f + 2g)'(1)$ را به دست آورید. (خرداد ۴۰۰)	۰/۷۵
درس دو: مشتق پذیری در یک نقطه		
سوالات صحیح - غلط		
۱/۵	(۱) اگر تابع f در $x = a$ پیوسته باشد، آنگاه f در a مشتق پذیر است. (خرداد ۹۹) (۲) اگر تابع f پیوسته باشد، لزوماً مشتق پذیر است. (خارج ۹۹) (۳) تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ در نقطه‌ای $x = 0$ مماس قائم دارد. (خارج ۹۹) (۴) تابع $y = [x]$ در صفر مشتق پذیر است. (شهریور ۴۰۱) (۵) تابع $f(x) = \sqrt{x}$ در $x = 0$ مشتق پذیر است. (دی ۹۷) (۶) مشتق تابع $f(x) = \frac{1}{x}$، برابر $f'(x) = \frac{1}{x^2}$ می باشد. (شهریور ۹۷)	
سوالات تشریحی		
۱/۵	معادله نیم مماس راست تابع $f(x) = x^2 - 1 $ را در نقطه‌ای به طول $x = 1$ واقع بر منحنی بنویسید. (شهریور ۴۰۱)	۲
۱/۲۵	به کمک تعریف مشتق، مشتق پذیر تابع $f(x) = x^2 - 4 $ را در نقطه $x = -2$ بررسی کنید. (خرداد ۹۹)	۳
۱	الف) اگر تابع f در نقطه $x = a$ مشتق پذیر باشد، آنگاه f در a، است. (شهریور ۹۹) ب) تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ در $x = 0$ مشتق پذیر نیست. خط $x = 0$ را منحنی می نامیم. (خرداد ۹۹)	۴
۱	اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 0 \\ x & x > 0 \end{cases}$ نشان دهید، $f'(0)$ موجود نیست. (خارج ۹۹)	۵

۱	۶	$f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$ اگر نشان دهید، $f'(-0)$ و $f'(0)$ موجوداند ولی $f'(0)$ موجود نیست. (شهریور ۴۰۰)
۱/۵	۷	(۱) مشتق پذیر تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & x \geq 1 \\ 3x - 1 & x < 1 \end{cases}$ را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید. (شهریور ۹۸)
۱/۵		(۲) مشتق پذیر تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq -1 \\ 2x + 6 & x < -1 \end{cases}$ را در نقطه $x = -1$ بررسی کنید. (دی ۴۰۰)
۱/۵		(۳) اگر $f(x) = \begin{cases} ax + 1 & x < 0 \\ x^2 + 3x + 1 & x \geq 0 \end{cases}$ در $x = 0$ مشتق پذیر باشد، مقدار a را محاسبه کنید. (خرداد ۴۰۱)
۱/۵	۸	پیوستگی تابع زیر را در نقطه $x = 3$ بررسی کنید. (خرداد ۹۷)
		$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x-1} & x < 3 \\ 2 & x = 3 \\ 5x - 13 & x > 3 \end{cases}$
۱/۲۵	۹	الف) مقادیر a و b را چنان بیابید که تابع $f(x)$ در نقطه $x = 1$ پیوسته باشد. (شهریور ۹۷)
		$f(x) = \begin{cases} ax^2 - 1 & x > 1 \\ 2 & x = 1 \\ 2b - x & x < 1 \end{cases}$
۱		ب) مشتق پذیر تابع $f(x) = \begin{cases} 2x^2 & x < 2 \\ 6x - 4 & x = 2 \\ 2\sqrt{x-1} + 6 & x > 2 \end{cases}$ در نقطه $x = 2$ را بررسی کنید. (مرداد ۴۰۳)
۱/۵	۱۰	تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ 2x + 1 & x < 0 \end{cases}$ داده شده است: (شهریور ۹۹) الف) نشان دهید که $f'(0)$ وجود ندارد. ب) ضابطه تابع مشتق را بنویسید. پ) نمودار تابع f' را رسم کنید.
۱/۵	۱۱	تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \geq 0 \\ 2x - 1 & x < 0 \end{cases}$ داده شده است: (خرداد ۹۸) الف) نشان دهید که $f'(0)$ وجود ندارد. ب) ضابطه تابع مشتق را بنویسید. پ) نمودار تابع f' را رسم کنید.

(۱) با محاسبه مشتق چپ و راست تابع داده شده در نقطه A ، نشان دهید این تابع در نقطه A مشتق پذیر نیست. (دی ۹۹)



(۲) با محاسبه مشتق چپ و راست تابع داده شده در نقطه A ، نشان دهید این تابع در نقطه A مشتق پذیر نیست. (خرداد ۴۰۰)

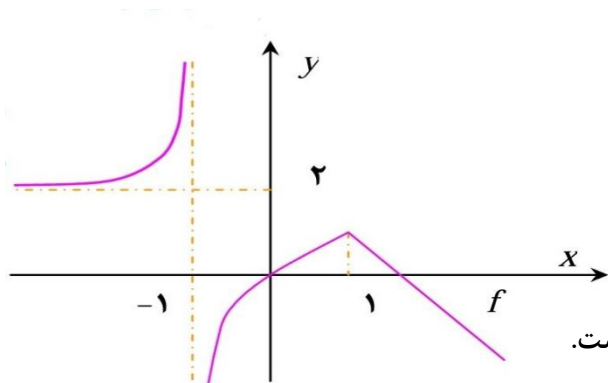


(۳) با توجه به نمودار $y = f(x)$ (شهریور ۹۹) الف: حدود خواسته شده را بنویسید.

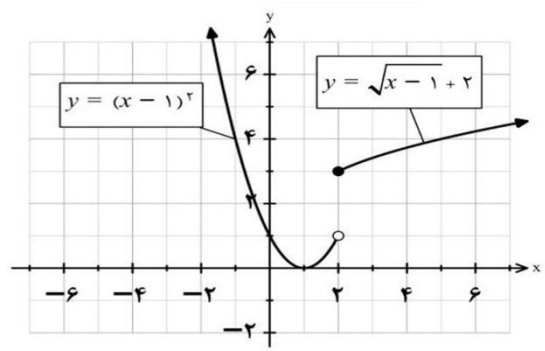
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \dots\dots\dots$$

ب) تابع در کدام نقطه یا نقاط مشخص شده، مشتق پذیر نیست.



(۴) نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} + 2 & x \geq 2 \\ (x-1)^2 & x < 2 \end{cases}$ بصورت مقابل است. (دی ۴۰۱)



الف) آیا تابع f در نقطه $x = 2$ مشتق پذیر است؟

ب) آیا تابع در بازه $(-\infty, 2)$ مشتق پذیر است؟ چرا؟

پ) مشتق راست تابع f در نقطه $x = 2$ را به دست آورید.