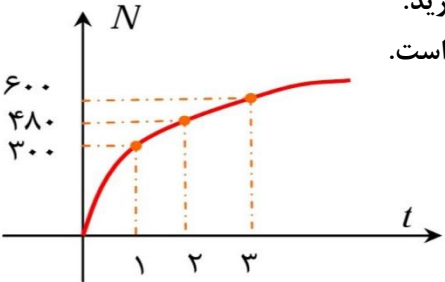


درس سوم: آهنگ تغییر		
سوالات تشریحی		
۱/۵	۱ تابع با ضابطه $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$ متوسط قد کودکان تا شصت ماهگی را نشان می دهد، که در آن x مدت زمان پس از تولد (بر حسب ماه) است. (شهریور ۴۰۰) (دی ۹۸) (شهریور ۴۰۱) الف) آهنگ تغییر متوسط در بازه زمانی $[0, 25]$ چقدر است؟ ب) آهنگ لحظه ای تغییر قد در ۴۹ ماهگی چقدر است؟ (شهریور ۴۰۰)	۱
۱	۲ یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $x(t) = \sqrt{t} + 2t^2$ گرم است. آهنگ تغییر متوسط جرم این توده در بازه $[3, 4]$ چقدر است؟ (دی ۹۷)	۲
۲/۵	۳ معادله متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ بر حسب متر در بازه زمانی $[0, 5]$ (t بر حسب ثانیه) داده شده است. الف) سرعت متوسط در این بازه (خرداد ۴۰۱) ب) سرعت لحظه ای در لحظه $t = 2$ را به دست آورید. (خرداد ۴۰۱) پ) در کدام لحظه سرعت لحظه ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 5]$ باهم برابراند. (دی ۴۰۰)	۳
۱/۵	۴ تابع $f(x) = x^2 + 3x - 1$ داده شده است. (شهریور ۹۷) الف) آهنگ متوسط تغییر این تابع را وقتی متغیر از $x_1 = 3$ به $x_2 = 6$ تغییر کند، تعیین کنید. ب) آهنگ لحظه ای تغییر این تابع را در نقطه $x = 4$ به دست آورید.	۴
۱	۵ آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \sqrt{x+2}$ را وقتی متغیر از $x_1 = 2$ به $x_2 = 7$ تغییر میکند به دست آورید. (شهریور ۹۸)	۵
۰/۵	۶ خودرویی در امتداد خط راست طبق معادله $d(t) = -5t^2 + 20t$ حرکت میکند، که در آن $0 \leq t \leq 5$ بر حسب ثانیه است. سرعت لحظه ای در لحظه $t = 2$ چقدر است؟ (شهریور ۹۹)	۶
۱/۵	۷ (۱) جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می کنیم. جهت حرکت را به طرف بالا مثبت در نظر می گیریم. ارتفاع از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -5t^2 + 40t$ به دست می آید: (خرداد ۴۰۰) (مشابه دی ۴۰۱) الف) سرعت متوسط جسم را در بازه $[5, 8]$ به دست آورید. ب) مشخص کنید در چه لحظه ای سرعت جسم ۳۵ متر بر ثانیه است. (۲) جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می کنیم. جهت حرکت را به طرف بالا مثبت در نظر می گیریم. ارتفاع از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -4t^2 + 40t$ به دست می آید: (دی ۱۴۰۱) الف) سرعت متوسط جسم را در بازه $[2, 4]$ به دست آورید. ب) مشخص کنید در چه لحظه ای سرعت جسم ۱۶ متر بر ثانیه است.	۷

۲/۵	۸	یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t^3$ گرم است. (خرداد ۹۹) الف) جرم این توده باکتری در بازه زمانی $1 \leq t \leq 4$ چند گرم افزایش می یابد؟ ب) آهنگ رشد جرم توده باکتری در $t = 4$ لحظه چقدر است؟ پ) آهنگ متوسط در بازه $[3, 4]$ چقدر است. (دی ۹۷)
۱	۹	الف) معادله متحرکی به صورت $f(t) = 2t^2 - t$، بر حسب متر داده شده است. در چه زمانی سرعت لحظه ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 4]$ با هم برابراند. (خرداد ۹۸) ب) معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 + 2t + 3$ بر حسب متر در بازه زمانی $[0, 2]$ (t بر حسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 2]$ با هم برابرند. (شهریور ۴۰۲)
۱/۵	۱۰	معادله حرکت یک متحرک روی یک خط مستقیم به صورت $f(t) = 2t^2 - 5t + 1$ است. (خرداد ۹۷) الف) آهنگ متوسط تغییر مکان این متحرک را وقتی از نقطه $t_1 = 2$ به $t_2 = 6$ تغییر مکان دهد، به دست آورید. ب) آهنگ لحظه ای تغییر مکان این متحرک را در نقطه $t = 3$ به دست آورید.
۱/۵	۱۱	۱) الف) معادله متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ بر حسب متر در بازه زمانی $[0, 5]$ (t بر حسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 5]$ با هم برابراند. (دی ۴۰۰) (خارج ۴۰۰) ب) سرعت لحظه ای را در لحظه $t = 2$ بدست آورید. (خرداد ۴۰۱) ۲) معادله متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - 2t + 8$ بر حسب متر در بازه زمانی $[0, 4]$ (t بر حسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 4]$ با هم برابراند. (شهریور خارج ۴۰۰)
۱/۵	۱۲	نمودار مقابل نمایش فروش نوعی کالا (N) پس از صرف t میلیون تومان هزینه برای تبلیغ است: (خرداد ۴۰۱) الف) آهنگ تغییر متوسط N را وقتی از ۲ به ۳ تغییر می کند به دست آورید. ب) چرا آهنگ تغییرات وقتی مقادیر N افزایش می یابد در حال کاهش است. 

۱/۵	آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x) = 2x^2 + 5x + 1$ در نقطه‌ای به طول $x = 2$ چند برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[-2, 0]$ است؟ (خرداد ۴۰۲)	۱۳
۲	تابع $f(x) = x^2 + x - 5$ را در نظر بگیرید: (دی ۴۰۳) الف) آهنگ تغییر متوسط تابع f را در بازه $[0, 3]$ به دست آورید. ب) آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f در چه نقطه‌ای از بازه $[0, 3]$ برابر ۱۳ است؟	۱۴
۱/۲۵	گنجایش ظرفی ۲۰ لیتر مایع است. در لحظه $t = 0$ سوراخی در ظرف ایجاد می‌شود اگر حجم مایع باقیمانده در ظرف پس از t ثانیه از رابطه $V = 20 \left(1 - \frac{t}{50}\right)^2$ به دست آید در چه زمانی آهنگ تغییر لحظه‌ای حجم برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[0, 5]$ می‌شود؟ (مرداد ۴۰۳)	۱۵
۲	تابع $f(x) = x^2 - x$ را در نظر بگیرید. الف) آهنگ تغییر متوسط تابع f را در بازه $[0, 2]$ بدست آورید. ب) حدود x را چنان بیابید که آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f از آهنگ تغییر متوسط آن، در بازه $[0, 2]$ بزرگتر باشد.	۱۶

پاسخنامه سؤالات

درس اول: آشنایی با مفهوم مشتق

سؤالات جای خالی

۱	۱۹ (۲)	۷ (۳)	۴۰ (۴)	۱
سؤالات تشریحی				
۰/۷۵	$f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \underbrace{\frac{f(x) - f(-1)}{x + 1}}_{\cdot / ۲۵} = \lim_{x \rightarrow -1} \underbrace{\frac{1 - 2x^2 + 1}{x + 1}}_{\cdot / ۲۵} = \lim_{x \rightarrow \infty} \underbrace{\frac{2(1-x)(1+x)}{x + 1}}_{\cdot / ۲۵} = ۴ \quad (۱)$			۲
۱	$f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \underbrace{\frac{f(x) - f(-1)}{x + 1}}_{\cdot / ۲۵} = \lim_{x \rightarrow -1} \underbrace{\frac{x^2 - 2 + 3}{x + 1}}_{\cdot / ۲۵} = \lim_{x \rightarrow -1} \underbrace{\frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{x + 1}}_{\cdot / ۲۵} = ۳ \quad (۲) \text{ صفحه ۷۶}$			
۱/۲۵	$f'(2) = \lim_{x \rightarrow \infty} \underbrace{\frac{f(x) - f(2)}{x - 2}}_{\cdot / ۲۵} = \lim_{x \rightarrow \infty} \underbrace{\frac{x^2 - x - 6}{x - 2}}_{\cdot / ۲۵} = \lim_{x \rightarrow \infty} \underbrace{\frac{(x-2)(x+2)}{x - 2}}_{\cdot / ۲۵} = ۵ \quad (۳)$			
۱	$f'(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x}}{h} = \frac{-1}{x(x+h)} = \frac{-1}{x^2} \quad (۴)$			
۱	$f'(2) = \lim_{x \rightarrow \infty} \underbrace{\frac{f(x) - f(2)}{x - 2}}_{\cdot / ۲۵} = \lim_{x \rightarrow \infty} \underbrace{\frac{x^2 - x - 6}{x - 2}}_{\cdot / ۲۵} = \lim_{x \rightarrow \infty} \underbrace{\frac{(x-2)(x+2)}{x - 2}}_{\cdot / ۲۵} = ۵ \quad (۵)$			
۱/۲۵	$f(x) = x^2 - 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{ x^2 - 4 - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)(x+2)}{x - 2} = -۴ \quad (۶)$			
۱/۷۵	$f'(x) = 2x - 1 \Rightarrow m = f'(2) = 3 \quad (۱)$ $f(x) = 3x^2 - 2x + 1 \Rightarrow \begin{cases} f(2) = 3(2)^2 - 2(2) + 1 = 9 \\ f'(x) = 6x - 2 \Rightarrow f'(2) = 6(2) - 2 = 10 \end{cases} \quad (۲)$ $y = m(x - a) + b \Rightarrow y = 10(x - 2) + 9 \Rightarrow y = 10x - 11$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3 = f'(2) = a \Rightarrow y = ax + h \quad (۳)$ $y = 3x + h \xrightarrow{A(2, 4)} y = 3x - 2$			۳
۱	(الف) A (۰/۲۵) ب) C (۰/۲۵) (ص ۷۶) (۲) گزینه پ (۰/۵) (ص ۶۹)			۴
۳/۷۵	$\frac{f(4) - f(3)}{4 - 3} = 1/5 \Rightarrow B = (3, 22/5) \quad (۰/۵) \quad \frac{f(5) - f(4)}{5 - 4} = 1/5 \Rightarrow C = (5, 25/5) \quad (۰/۵) \quad (۱)$ $A = (4, 25), \frac{3}{2} = \frac{y_B - 25}{5 - 4} \Rightarrow y_B = 26/5 \Rightarrow B = (5, 26/5) \quad (۲) \text{ صفحه ۷۶}$			۵

	$\underbrace{m_B < m_C}_{\cdot/5} \text{ (ب)}$ $\underbrace{f'(1) = \frac{2-0}{0-1} = -2}_{\cdot/5} \text{ (الف)}$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2) = 2 \text{ (الف) (۴)}$ $m_A > m_B \text{ (ب)}$	(۳) صفحه ی ۷۶																														
۴	(۲) <table><tr><td>E</td><td>B</td><td>D</td><td>A</td><td>شیب</td></tr><tr><td>-۳</td><td>-۱</td><td>۰</td><td>۱</td><td>نقطه</td></tr></table> <table><tr><td>C</td><td>B</td><td>D</td><td>A</td><td>شیب</td></tr><tr><td>۲</td><td>۰/۵</td><td>۰</td><td>-۰/۵</td><td>نقطه</td></tr></table> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 3g(x)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - f(2)g(x)}{x - 2} =$$\lim_{x \rightarrow 2} g(x) \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} g(x) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \Delta f'(2)$ <table><tr><td>A</td><td>B</td><td>D</td><td>C</td><td>شیب</td></tr><tr><td>-۲</td><td>۰</td><td>۰/۵</td><td>۱</td><td>نقطه</td></tr></table> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\Delta f(x) - 1\Delta}{x - 2} = \Delta f'(2) = 1 \Rightarrow m = f'(2) = 2 \Rightarrow y = 2x - 1 \text{ (۵)}$	E	B	D	A	شیب	-۳	-۱	۰	۱	نقطه	C	B	D	A	شیب	۲	۰/۵	۰	-۰/۵	نقطه	A	B	D	C	شیب	-۲	۰	۰/۵	۱	نقطه	(۱) ۶
E	B	D	A	شیب																												
-۳	-۱	۰	۱	نقطه																												
C	B	D	A	شیب																												
۲	۰/۵	۰	-۰/۵	نقطه																												
A	B	D	C	شیب																												
-۲	۰	۰/۵	۱	نقطه																												
۱																																
	$g'(x) = \frac{\overbrace{9(\sqrt{x}) - (\frac{1}{2\sqrt{x}})(9x - 2)}^{\cdot/5}}{\underbrace{(\sqrt{x})^2}_{\cdot/25}} \text{ (۲)}$ $g'(x) = \underbrace{2x(\sqrt{x+1})}_{\cdot/5} + \underbrace{\frac{1}{2\sqrt{x+1}} \times x^2}_{\cdot/5} \text{ (ت)}$ $f'(x) = \underbrace{2(2x)(x^r + 1)^r(\Delta x - 1)}_{\cdot/75\Delta} + \underbrace{\Delta(x^r + 1)^r}_{\cdot/25\Delta} \text{ (۱)}$ $f'(x) = \underbrace{\Delta(\frac{x}{2x-1})^r}_{\cdot/5} \times \underbrace{(\frac{2x-1-2x}{(2x-1)^r})}_{\cdot/5} \text{ (ب)}$ $f'(x) = \underbrace{\Delta(\frac{x^r}{2x-1})^r}_{\cdot/25\Delta} \underbrace{(\frac{2x(2x-1) - 2x^r}{(2x-1)^r})}_{\cdot/5} \text{ (۶)}$ $g'(x) = \underbrace{\left(\frac{2}{2\sqrt{3x+2}}\right)}_{\cdot/5} (x^r + 1) + \underbrace{2x^r(\sqrt{3x+2})}_{\cdot25\Delta} \text{ (۷)}$ $g'(x) = \underbrace{2(-\sin 2x)(\tan x)}_{\cdot/5} + \underbrace{(1 + \tan^r x)(\cos 2x)}_{\cdot/5} \text{ (ج)}$ $f'(x) = \underbrace{2 \times (x^r - 2x + 1)}_{\cdot/25\Delta} \times \underbrace{(2x^r - 2)}_{\cdot/25\Delta} \text{ (ج۲)}$ $y' = \underbrace{\frac{-1}{x^r} \times \underbrace{(2\sqrt{x} - 1)^r}_{\cdot/25\Delta}}_{\cdot/25\Delta} + \underbrace{2(2\sqrt{x} - 1)^r}_{\cdot/25\Delta} \times \underbrace{(\frac{2}{2\sqrt{x}} - 0)}_{\cdot/25\Delta} \times \underbrace{\frac{1}{x}}_{\cdot/25\Delta} \text{ (۱۱)}$ $h'(x) = \frac{\underbrace{\frac{1}{2\sqrt{x}} \times \underbrace{(1 + \sqrt{x})^r}_{\cdot/25\Delta}}_{\cdot/25\Delta} - \underbrace{(\frac{1}{2\sqrt{x}})}_{\cdot/25\Delta} \times 1}{\underbrace{(1 + \sqrt{x})^r}_{\cdot/25\Delta}} \text{ (خ)}$	۷																														

$$f'(x) = \frac{(1 \cdot x - 1)(\sqrt{x}) - \frac{1}{2\sqrt{x}}(\Delta x^2 - x)}{(\sqrt{x})^2} \quad (12)$$

$$f'(x) = \frac{2\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}(2x+1)}{(\sqrt{x})^2} \quad (13)$$

$$g'(x) = \underbrace{\left(\frac{-1}{x^2}\right)(x^2 + \Delta x)^2}_{\cdot/\Delta} + \underbrace{\left(\frac{1}{x}\right)(2(2x+\Delta)(x^2 + \Delta x)^2)}_{\cdot/\Delta} \quad (13)$$

$$g'(x) = \frac{(1)(\sqrt{2x+2}) - \frac{2x}{2\sqrt{2x+2}}}{(\sqrt{2x+2})^2} \quad (15)$$

$$f'(x) = \Delta \underbrace{(x^2 + 2x + 1)^2}_{\cdot/\Delta} \underbrace{(2x+2)}_{\cdot/\Delta} \quad (14)$$

$$g'(x) = \underbrace{6x(2x-\Delta)^2}_{\cdot/\Delta} + \underbrace{(2)(2)(2x-\Delta)^2(2x^2-4)}_{\cdot/\Delta} \quad (17)$$

$$f'(x) = \frac{9\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}(9x-2)}{(\sqrt{x})^2} \quad (16)$$

$$g'(x) = \underbrace{\left(-\frac{1}{x^2}\right)(\sqrt{2x+2})}_{\cdot/\Delta} + \underbrace{\left(\frac{1}{x}\right)\left(\frac{2}{2\sqrt{2x+2}}\right)}_{\cdot/\Delta} \quad (19)$$

$$f'(x) = \Delta \underbrace{\left(\frac{-2x+1}{x^2+\Delta}\right)^2}_{\cdot/\Delta} \times \underbrace{\left(\frac{-2(x^2+\Delta)-2x(-2x+1)}{(x^2+\Delta)^2}\right)}_{\cdot/\Delta} \quad (18)$$

$$g'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(1-x) - (-1)\sqrt{x}}{(1-x)^2} \quad (21)$$

$$f'(x) = \Delta \underbrace{(x^2-2x)^2}_{\cdot/\Delta} \underbrace{(4x^2-2)}_{\cdot/\Delta} \quad (20)$$

$$g'(x) = \underbrace{(-2 \cos x \sin x)(\tan x) + (1 + \tan^2)(\cos^2 x)}_1 \quad (22)$$

$$f'(x) = \frac{1 \times (2-x^2) - (-2x)(x-1)}{(2-x^2)^2} \quad (23)$$

$$g'(x) = \underbrace{\left(\frac{2}{2\sqrt{2x+2}}\right)(x^2+1)}_{\cdot/\Delta} + \underbrace{(\sqrt{2x+2})(2x^2)}_{\cdot/\Delta} \quad (25)$$

$$f'(x) = \Delta \underbrace{(x^2+2x-1)^2}_{\cdot/\Delta} \underbrace{(2x+2)}_{\cdot/\Delta} \quad (24)$$

$$g'(x) = \underbrace{\frac{2}{2\sqrt{2x+1}}(x^2+2x)}_{\cdot/\Delta} + \underbrace{(2x+2)(\sqrt{2x+1})}_{\cdot/\Delta} \quad (27)$$

$$f'(x) = \frac{-2(x+4) - 1(-2x+3)}{(x+4)^2} \quad (26)$$

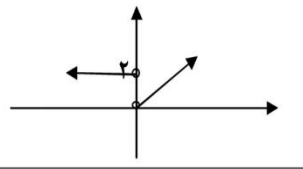
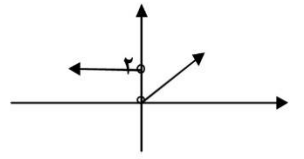
$$f'(x) = \frac{\frac{9(x+1) - 1(9x-2)}{(x+1)^2}}{2\sqrt{\frac{9x-2}{x+1}}} \quad (28)$$

$$g'(x) = \frac{(-14x)(x-6) - (1)(-7x^2+1)}{(x-6)^2} \quad (31)$$

$$f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x+1}}(x^2+4) + 2x^2\sqrt{2x+1} \quad (30)$$

	$h(x) = (2x^5 - 1)^f \Rightarrow h'(x) = f(2x^5 - 1)^{f-1} (10x^4) \quad (33)$ $g'(x) = \frac{2}{3\sqrt[3]{(2x+1)^2}} \quad (34)$ $f'(x) = \frac{4 \times 2 \times (2x-1)^2 (x^2 + 8) - 2x^2 (2x-1)^2}{(x^2 + 8)^2} \quad (35)$ $f(x) = x(x-1)(x+1) = x^3 - x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 1 \quad (36)$ $g'(x) = 3 \left(\frac{2x-1}{x+1} \right)^2 \left(\frac{2(x+1) - 1(2x-1)}{(x+1)^3} \right) \quad (37)$ $f(x) = (x^2 - \sqrt{x} + 1)^f \Rightarrow f'(x) = f(x^2 - \sqrt{x} + 1)^{f-1} \left(2x - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \quad (38)$ $g(x) = \sqrt{3x+1} (x^2 + 2x) \Rightarrow g'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+1}} (x^2 + 2x) + (2x+2) \sqrt{3x+1} \quad (39)$ $f(x) = (2x^5 + \sqrt{2x})^y \Rightarrow f'(x) = y(2x^5 + \sqrt{2x})^{y-1} (12x^4 + \frac{2}{2\sqrt{2x}}) \quad (40)$ $g(x) = \frac{2x^2 - 1}{-x^2 + 2x} \Rightarrow g'(x) = \frac{(2x)(-x^2 + 2x) - (-2x + 2)(2x^2 - 1)}{(-x^2 + 2x)^2} \quad (41)$ $h(x) = \left(\frac{\sqrt{1-3x}}{y+x} \right)^5 \Rightarrow h'(x) = 5 \left(\frac{\sqrt{1-3x}}{y+x} \right)^4 \left(\frac{\frac{-3}{2\sqrt{1-3x}} \times (y+x) - (1)\sqrt{1-3x}}{(y+x)^2} \right) \quad (42)$ $f(x) = (x-6)^2 + \frac{5x+3}{\sqrt{2x-1}} \Rightarrow f'(x) = 2(x-6) + \frac{5(\sqrt{2x-1}) - \frac{2}{2\sqrt{2x-1}}(5x+3)}{(\sqrt{2x-1})^2} \quad (43)$	
۱/۷۵	$(fg)'(2) = \underbrace{f'(2)g(2)}_{\cdot/5} + \underbrace{f(2)g'(2)}_{\cdot/5} = 5 \times 8 + 3(-6) = 22 \quad (1) \quad (ص ۸۷)$ $3f'(1) + 2g'(1) = 9 + 10 = 19 \quad (2)$	۸
درس دو: مشتق پذیری در یک نقطه		
سوالات صحیح - غلط		
۱/۵	۵) نادرست ۴) نادرست ۳) درست ۲) نادرست ۱) نادرست ۶) نادرست	۱
سوالات تشریحی		
۱/۵	$\underbrace{f'(1)}_{\cdot/25} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{ x^2 - 1 - 0}{x - 1} = 2 \Rightarrow \underbrace{y - 0}_{\cdot/5} = 2(x - 1)$	۲

۱/۲۵	تابع در $x = -2$ پیوسته است. (۰/۲۵) $\underbrace{f' + (-2) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{ x^2 - 4 - 0}{x + 2} = 4}_{\cdot/25}, \underbrace{f' - (-2) = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{ x^2 - 4 - 0}{x + 2} = -4}_{\cdot/25} \Rightarrow \underbrace{f' + (-2) \neq f' - (-2)}_{\cdot/25}$ پس $f'(-2)$ موجود نیست. (۰/۲۵)	۳
۱	الف) پیوسته ب) مماس قایم	۴
۱	نشان می‌دهیم که مشتقات راست و چپ نابرابر یا اینکه تابع ناپیوسته است. $f(0) = 0^+ = 0, \begin{cases} \underbrace{f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x} = 1}_{\cdot/25} \\ \underbrace{f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} x = 0}_{\cdot/25} \end{cases} \Rightarrow f'_+(0) \neq f'_-(0)$ پس در صفر مشتق پذیر نیست.	۵
۱	$\underbrace{f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - 0}{x - 0} = 1}_{\cdot/25} \Rightarrow \underbrace{f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 - 0}{x - 0} = 0}_{\cdot/25} \Rightarrow \underbrace{f'_+(0) \neq f'_-(0)}_{0/25} \Rightarrow f'(0) \text{ وجود ندارد. (ص ۹۲)}$	۶
۴/۵	(۱) $\underbrace{f'_+(x) = 2x + 1}_{\cdot/5} \Rightarrow \underbrace{f'_+(1) = 3}_{\cdot/5}, \underbrace{f'_-(x) = 2}_{\cdot/5} \Rightarrow \underbrace{f'_-(1) = 2}_{\cdot/5} \Rightarrow \underbrace{f'_+(1) = f'_-(1) = 3}_{\cdot/5}$ پس در این نقطه مشتق پذیر است. (۲) تابع در $x = 1$ پیوسته است $\begin{cases} \underbrace{f'_+(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 + 3 - 4}{x - (-1)} = -2}_{\cdot/5} \\ \underbrace{f'_-(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x + 6 - 4}{x - (-1)} = 2}_{\cdot/25} \end{cases} \Rightarrow \underbrace{f'_-(-1) \neq f'_+(-1)}_{\cdot/25}$ پس مشتق تابع در این نقطه موجود نیست. صفحه: ۹۱ (۳) تابع f در صفر پیوسته است. (۰/۲۵) $\Rightarrow a = 3$ (۰/۲۵) $\begin{cases} f'_+(0) = 3 \text{ (۰/۵)} \\ f'_-(0) = a \text{ (۰/۵)} \end{cases}$ (ص ۱۰۰)	۷
۱/۵	پس پیوسته است. (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+1}{x-1} = 2, \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} 5x - 13 = 2, \underbrace{f(3) = 2}_{\cdot/25}$	۸
۱/۲۵	الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = a - 1, \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2b - 1, \underbrace{f(1) = 2}_{\cdot/25}, \underbrace{a = 3}_{\cdot/25}, \underbrace{b = \frac{3}{2}}_{\cdot/25}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 8$ پس در ۲ پیوسته است.	۹

۱	$f'(x) = \begin{cases} 4x & x < 2 \\ 2\left(\frac{1}{2\sqrt{x-1}}\right) & x > 2 \end{cases} \Rightarrow f'(2) = 1 \neq f'(2) = 8$ چون مشتق چپ و راست برابر نیستند پس مشتق پذیر نیست.	
۱/۵	الف) تابع f در صفر پیوسته نیست. بنابراین $f'(0)$ موجود نیست. (۰/۵) (نمره) ب) $f'(x) = \begin{cases} 2x & x > 0 \\ 2 & x < 0 \end{cases}$ (۰/۵) (نمره) 	
۱/۵	الف) در گوشه ای و مشتق ناپذیر است. (۰/۵) (بامشتق و چپ راست هم بررسی شود نمره تعلق می گیرد) ب) $f'(x) = \begin{cases} 2 & x < 0 \\ 2x & x > 0 \end{cases}$ (۰/۵) (ت) (ص ۹۰) 	
۱۲	۱) پس $f'(0)$ موجود نیست. (۰/۲۵) (ص ۹۰) $f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 0}{x - 0} = 0, f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x - 0}{x - 0} = -1 \Rightarrow f'_+(0) \neq f'_-(0)$ ۲) پس $f'(1)$ موجود نیست (۰/۲۵) $f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\frac{1}{x} - 1}{x - 1} = -1, f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1 - 1}{x - 1} = 0$ الف ۳) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2, \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty$ ب) تابع در $x = 1, x = -1$ مشتق پذیر نیست. ۴) الف) خیر ب) بله در تمام نقاط بازه مشتق پذیر است. ب) $x \geq 2: f(x) = \sqrt{x-1} + 2 \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \Rightarrow f'_+(2) = \frac{1}{2}$	

درس سوم: آهنگ تغییر

سوالات تشریحی

۱/۵	الف) $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(25) - f(0)}{25 - 0} = \frac{85 - 50}{25} = \frac{35}{25} = \frac{7}{5}$ (۰/۲۵) ب) $f'(49) = \frac{7}{2\sqrt{x}} = \frac{7}{2\sqrt{49}} = \frac{1}{2}$ (ص ۹)	۱
۱	آهنگ متوسط $\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(4) - x(3)}{4 - 3} = \frac{13 - (\sqrt{3} + 54)}{1} = 76 - \sqrt{3}$ (صفحه ی ۱۰۰)	۲

۲/۵	$f'(t) = 2t - 1 \Rightarrow f'(2) = 4 - 1 = 3 \quad (\text{ب})$ $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = 4 \quad (\text{الف})$ $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = 4 \Rightarrow f'(t) = 2t - 1 = 4 \Rightarrow t = \frac{5}{2}$ (پ) صفحه ی ۱۰۰	۳
۱/۵	$f'(x) = 2x + 3 \Rightarrow f'(4) = 8 + 3 = 11 \quad (\text{ب})$ $\frac{f(6) - f(3)}{6 - 3} = \frac{53 - 17}{3} = 12 \quad (\text{الف})$	۴
۱	$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(7) - f(2)}{7 - 2} = \frac{\sqrt{9} - \sqrt{4}}{5} = \frac{1}{5}$	۵
۰/۵	$d'(t) = -10t + 20 \Rightarrow d'(2) = 0$	۶
۱/۵	$h'(t) = -10t + 40 = 35 \Rightarrow t = 0.5 \quad (\text{ب}) \quad (98 \text{ ص})$ $\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{h(8) - h(5)}{8 - 5} = \frac{0 - (75)}{3} = -25 \quad (\text{الف}) \quad (1)$ $\text{سرعت متوسط} = \frac{h(4) - h(2)}{4 - 2} = \frac{96 - 64}{2} = 16, \quad h'(t) = -8t + 40 = 16 \Rightarrow t = 3 \quad (2)$	۷
۱/۵	$m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 6t^2 = \frac{1}{4} + 96 \quad (\text{ب}) \quad (100 \text{ ص})$ $\Delta m = m(4) - m(1) = 130 - 3 = 127 \quad (\text{الف})$ $\text{سرعت متوسط} = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{m(4) - m(3)}{4 - 3} = \frac{130 - (\sqrt{3} + 54)}{1} = 76 - \sqrt{3} \quad (\text{پ})$	۸
۱	$\Delta f = \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0} = \frac{28 - 0}{4} = 7, \quad f'(t) = 4t - 1 \Rightarrow 4t - 1 = 7 \Rightarrow t = 2 \quad (\text{الف}) \quad (100 \text{ ص})$	۹
۱/۵	$f(t) = t^2 + 2t + 3, [0, 2] \Rightarrow \frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{11 - 3}{2} = 4, \quad f'(t) = 2t + 2 = 4 \Rightarrow t = 1 \quad (\text{ب})$	
۱/۵	$f'(t) = 4t - 5 \Rightarrow f'(3) = 12 - 5 = 7 \quad (\text{ب})$ $\frac{f(6) - f(2)}{6 - 2} = \frac{43 - (-1)}{4} = 11 \quad (\text{الف})$	۱۰
۱/۵	$\text{سرعت متوسط} \Rightarrow \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = 4 \Rightarrow f'(t) = 2t - 1 = 4 \Rightarrow t = \frac{5}{2} \quad (\text{الف}) \quad (100 \text{ ص})$ $f'(t) = 2t - 1(0.25) \rightarrow f'(2) = 2(2) - 1 = 3(0.25) \quad (\text{ب})$ $\text{پس سرعت متوسط در این بازه با سرعت در لحظه ای } t = 2 \text{ برابر است.}$	۱۱
۱/۵	$\frac{f(4) - f(0)}{4 - 0} = \frac{16 - 8}{4} = 2, \quad f'(t) = 2t - 2 = 2 \Rightarrow t = 2 \quad (2)$ (ب) زیرا شیب خط مماس بر نمودار تابع به تدریج افقی می شود.	۱۲

۱/۵	۱۳ پس آهنگ لحظه‌ای در $f(x) = 2x^2 + 5x + 1 \Rightarrow f'(x) = 4x + 5 \Rightarrow f'(2) = 4(2) + 5 = 13 \quad (۰/۵)$ ۲، $x = 2$ برابر بازه $\frac{f(0) - f(-2)}{0 - (-2)} = \frac{1 - (-1)}{2} = 1 \quad (۰/۷۵)$ مذکور است.	۱۳
۲	(الف) $f(x) = x^2 + x - 5 \Rightarrow \frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{25 - (-5)}{3} = 10$ (ب) $f(x) = x^2 + x - 5 \Rightarrow f'(x) = 2x + 1 = 13 \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow x = \pm 2 \Rightarrow x = 2 \in [0, 3]$	۱۴
۱/۲۵	$V'(t) = 20(2)(1 - \frac{t}{50})(-\frac{1}{50}) = \frac{-4}{50}(1 - \frac{t}{50}) = \frac{0 - 20}{50 - 0} = \frac{-2}{5} \Rightarrow t = 25$	۱۵
۲	(الف) $f(x) = x^2 - x \Rightarrow \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{2 - 0}{2} = 1$ (ب) $f(x) = x^2 - x \Rightarrow f'(x) = 2x - 1 \Rightarrow 2x - 1 > 1 \Rightarrow x > 1$	۱۶

سوالات نهایی فصل پنجم ریاضی ۳ - کاربرد مشتق - ۱۳۹۷ تا ۱۴۰۳

تهیه و تنظیم: کمال زارع (دبیر ریاضی ناحیه ۴ تبریز - مدرس تخصصی ریاضیات متوسطه)

ردیف	بارم بندی:	نوبت اول: صفر نمره	نوبت دوم: ۳ نمره
درس اول: اکسترم‌های تابع			
سوالات صحیح - غلط			
۱	درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید. الف) هر نقطه اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن است. ب) تابع $f(x) = x^2 - 3x$ در بازه $(-1, 1)$ اکیدا صعودی است. پ) دامنه مشتق پذیری تابع $f(x) = \sqrt{1-x}$ ، مجموعه R است. ت) نقطه $(1, 1)$ یک نقطه گوشه‌ای برای تابع $y = 2 - x^2 $ است. ج) هر نقطه‌ی دلخواه از دامنه‌ی تابع ثابت، یک نقطه بحرانی است.	۱/۲۵	(خرداد ۴۰۲) (خرداد ۴۰۰) (خرداد ۹۹) (خرداد ۹۷) (خرداد ۴۰۲) (شهریور ۴۰۱)
سوالات جای خالی			
۲	الف) بزرگترین بازه‌ای که تابع $f(x) = x^2 - 3x$ در آن اکیدا نزولی است برابر است. (خرداد ۴۰۰)	۰/۲۵	
سوالات تشریحی			
۳	۱) با تشکیل جدول تغییرات تابع $f(x) = x^2 - 12x + 4$ مشخص کنید تابع در چه بازه‌هایی صعودی اکید است؟ (شهریور ۱۴۰۱) ۲) جدول تغییرات تابع $f(x) = x^2 - 3x + 4$ رسم کنید و نقاط اکسترمم نسبی آن‌ها را در صورت وجود مشخص کنید. (شهریور ۹۸)	۱/۵	۱
۴	۱) تابع با ضابطه $f(x) = x^3 - 3x$ در چه بازه‌های اکیدا صعودی و در کدام بازه نزولی است؟ (شهریور ۴۰۰) ۲) بزرگترین بازه از R که تابع $f(x) = -2x^2 + 6x + 11$ در آن صعودی اکید باشد را با استفاده از جدول تغییرات بیابید. (خرداد ۴۰۲)	۱/۵	۱/۵

۱/۵	۵	۱) اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = x^2 - 3x + 7$ را در بازه $[-1, 3]$ در صورت وجود به دست آورید. (شهریور ۹۹)
۱/۲۵		۲) اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = 2x^2 + 3x^2 - 12x$ را در بازه $[-1, 3]$ به دست آورید. (خرداد ۹۸) (دی ۴۰۰)
۱		۳) اکسترمم های مطلق تابع $g(x) = x^2 + 2x - 5$ را در بازه y و در صورت وجود تعیین کنید.
۱	۶	۱) اگر تابع $f(x) = ax^2 + bx$ در $x = 1$ دارای اکسترمم نسبی برابر ۳- باشد مقادیر a و b را بیابید. (شهریور ۹۹)
۱		۲) اگر تابع $f(x) = ax^2 + bx$ در $x = 1$ دارای ماکزیمم ۷ باشد. مقادیر a و b را به دست آورید. (خرداد ۹۸)
۱/۵		۳) اگر نقطه $(2, 1)$ نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^2 + bx^2 + d$ باشد. مقادیر b و d را به دست آورید. (خرداد ۴۰۰) و (خارج ۹۹) (دی ۴۰۰)
۲	۷	در تابع زیر، ابتدا نقاط بحرانی تابع را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید. (دی ۹۹)
		$f(x) = x^2 + 3x^2 - 9x - 10$
	۸	الف) جدول تغییرات تابع $f(x) = 2x^2 + 3x^2 - 12x$ را رسم و نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را مشخص کنید. ب) نقاط بحرانی تابع و اکسترمم مطلق این تابع را در بازه $[-1, 3]$ مشخص کنید. (دی ۹۷)

۲/۲۵	۹	تابع $f(x) = -2x^2 + 3x^2 + 12x - 9$ را در نظر بگیرید: (خرداد ۹۹) (شهریور ۴۰۲) الف) با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید. ب) مقادیر ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع f در بازه $[0, 3]$ در صورت وجود به دست آورید.
۲	۱۰	اکسترمم‌های نسبی تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + \frac{2}{3}$ را در صورت وجود به دست آورید. (خرداد ۱۴۰۱)
۱/۵	۱۱	نمودار تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ به صورت مقابل رسم شده است. مقادیر b و d را بیابید. (دی ۱۴۰۱)
درس دوم: بهینه‌سازی		
سوالات تشریحی		
۱/۲۵	۱	۱) نشان دهید در بین تمام مستطیل‌هایی با محیط ثابت ۱۶ سانتی متر، طول و عرض مستطیلی با بیشترین مساحت را بیابید. (شهریور ۱۴۰۱)
۱		۲) اگر محیط یک مستطیل ۲۴ سانتی متر باشد. طول و عرض مستطیل را طوری حساب کنید که مساحت آن ماکزیمم شود. (دی ۹۷)
۱/۵		۳) نشان دهید در بین تمام مستطیل‌هایی با محیط ثابت ۱۴ سانتی متر، طول و عرض مستطیلی با بیشترین مساحت را بیابید. (خرداد ۴۰۰)
۱/۵		۴) نشان دهید در بین تمام مستطیل‌هایی با محیط ثابت ۱۶ سانتی متر، مستطیلی بیشترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم اندازه باشد. (شهریور ۴۰۱) (شبه دی ۹۹) (شبه خارج ۹۹)
۱/۵	۲	۱) اگر بین دو عدد x, y حقیقی رابطه $5x - y = 10$ برقرار باشد، مقادیر x, y را طوری به دست آورید که حاصل ضرب این دو عدد مینیمم گردد. (خرداد ۱۴۰۱)

۱/۵	۲) دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد. (شهریور ۴۰۰)
۱/۵	۳) دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۲۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد. (شهریور ۹۹)
۱/۵	۴) دو عدد حقیقی a و b طوری بیابید که داشته باشیم $2a + b = 60$ و حاصلضرب آنها بیشترین مقدار ممکن گردد. (شهریور ۹۸)
۱	۵) دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۸ و حاصلضربشان کمترین مقدار ممکن گردد. (شهریور ۴۰۲)
۱/۲۵	
۱/۵	۳) ۱) هر صفحه مستطیل از یک کتاب جیبی، شامل یک متن با مساحت ۳۲ سانتی متر مربع خواهد بود. هنگامی طراحی قطع این کتاب، لازم است حاشیه های بالا و پایین هر صفحه ۲ سانتی متر و حاشیه های کناری هر کدام یک سانتیمتر در نظر گرفته شوند. صفحه را طوری تعیین کنید که مساحت هر صفحه از کتاب کمترین مقدار ممکن باشد. (خرداد ۹۹)
۱/۲۵	۲) ورقه فلزی مربع شکل به طول ضلع یک متر را در نظر بگیرید. می خواهیم از چهار گوشه ی آن مربع های کوچک به ضلع x برش بزنیم و آنها را کنار بگذاریم. سپس لبه جعبه را به اندازه x بر می گردانیم تا یک جعبه در باز ساخته شود مقدار x چقدر باشد تا حجم جعبه حداکثر مقدار ممکن گردد. (خرداد ۹۸)
۱/۲۵	۳) ورقه فلزی مربع شکلی به طول ضلع ۳۰ را در نظر بگیرید می خواهیم از چهار گوشه ی آن مربع هایی کوچک به ضلع x برش بزنیم و آنها را کنار بگذاریم سپس لبه جعبه را به اندازه x برمی گردانیم تا یک جعبه در باز ساخته شود طوری که حجم آن به صورت $V = x(30 - 2x)^2$ است مقدار x چقدر باشد تا حجم جعبه حداکثر شود؟ (خارج ۴۰۱)
۱/۷۵	۴) پنجره ای به شکل یک مستطیل و نیم دایره ای بر روی آن داریم به طوری که قطر نیم دایره برابر با پهنای مستطیل است اگر محیط این پنجره ۶ متر باشد ابعاد آن را طوری بیابید که بیشترین نور دهی را داشته باشد. (خرداد ۴۰۲)
۱/۵	۵) ابعاد مستطیلی با بیشترین مساحت را تعیین کنید که دو راس آن روی محور x ها و دو راس دیگرش بالای محور x ها و روی سهمی $y = 12 - x^2$ باشند. (خارج ۹۹)

پاسخنامه سوالات

درس اول: اکسترم‌های تابع

سوالات صحیح - غلط

۱	الف) درست	ب) نادرست	پ) نادرست	ت) نادرست	ج) درست	۱/۲۵
---	-----------	-----------	-----------	-----------	---------	------

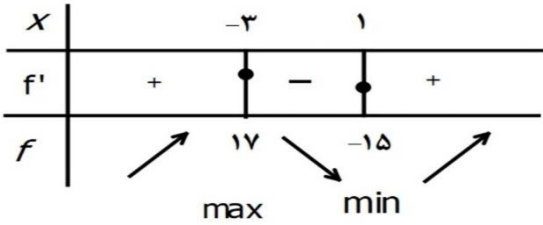
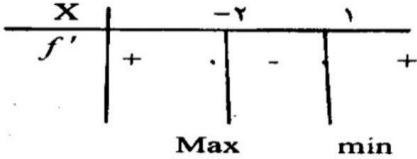
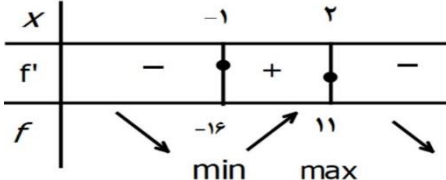
سوالات جای خالی

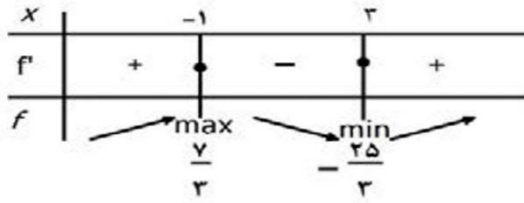
۲	الف) $(-1, 1)$ یا $[-1, 1]$ (ص ۱۰۴)	۰/۲۵
---	-------------------------------------	------

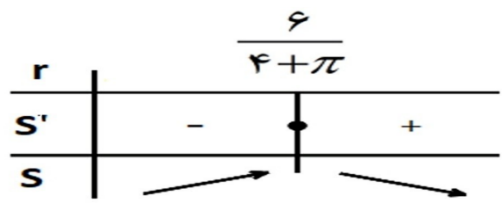
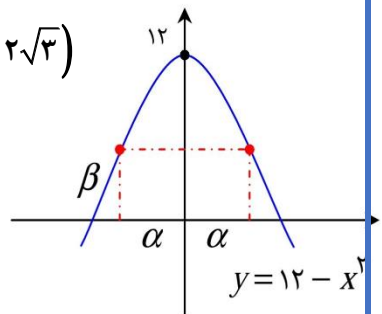
سوالات تشریحی

۳	۱) $f'(x) = 3x^2 - 12 \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow x = 2, x = -2$ تکمیل جدول (۰/۲۵) اکیدا صعودی $(-\infty, -2), (2, +\infty)$ (۰/۵) (ص ۱۱۲) ۲) الف) نقطه ی $(1, 2)$ مینیمم نسبی و نقطه ی $(-1, 6)$ ماکزیمم نسبی است. (۰/۵)	۲/۵
---	--	-----

۴	۱) $f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$ اکیدا صعودی $(-\infty, -1)$ و $(1, +\infty)$ اکیدا نزولی $(-1, 1)$ (ص ۱۱۲) ۲) پس تابع در $[-1, 1]$ صعودی اکیدا است.	۳
---	---	---

۳/۷۵	(۱) (ص ۱۱۱) $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}, f(-1) = 9, f(1) = 5, f(3) = 25, \max = (3, 25), \min = (1, 5)$ (۲) $f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 \rightarrow f'(x) = x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \notin [-1, 3] \\ x = 1 \end{cases}$ مینیمم مطلق $(1, -7)$ و نقطه $(3, 45)$ ماکزیمم مطلق است $f(1) = -7, f(-1) = 13, f(3) = 45$ (۳) $g'(x) = 3x^2 + 2 \neq 0, g(-2) = -8 - 4 - 5 = -17 = \min, g(1) = -2 = \max$ (ص ۱۱۲)	۵
۳/۵	(۱) $f'(x) = 2ax + b \rightarrow f(1) = -3 \Rightarrow a + b = -3 \Rightarrow b = -6$ $f'(1) = 0 \Rightarrow 2a + b = 0 \Rightarrow a = 3$ (۲) $f'(x) = 2ax + b \rightarrow 0 = 2a + b \rightarrow b = -2a, f(1) = 7 \rightarrow 7 = a + b \rightarrow a = -7, b = 14$ (۳) $f'(2) = 0 \rightarrow 12 + 4b = 0 \rightarrow b = -3, f(2) = 1 \rightarrow 4b + d = -7, -12 + d = -7 \Rightarrow d = 5$	۶
۲	$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$ 	۷
۲	$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$ (الف)  (ب) $f(1) = 7, f(2) \notin [-1, 3], f(-1) = 13, f(3) = 45, \min = (1, -7), \max = (3, 45)$ و نقطه $(1, -7)$ نقطه بحرانی است (۰/۲۵)	۸
۲/۲۵	(الف) $f'(x) = -6x^2 + 6x + 12, x = -1, x = 2$  (ب) $f(0) = -9, f(2) = 11, f(0) = 3 \Rightarrow \max = 11$ (ص ۱۱۲)	۹

۲	$\underbrace{f'(x) = x^2 - 2x - 3}_{\cdot/5} \Rightarrow \underbrace{x = 3, x = -1}_{\cdot/5}$  (ص ۱۱۲)	۱۰
۱/۵	$f'(x) = 3x^2 + 2bx \xrightarrow{f'(2)=0} 3(2)^2 + 4b = 0 \Rightarrow x = -3$ $f(x) = x^2 + bx^2 + d \xrightarrow{f(2)=1} 1 = (2)^2 + (-3)(2)^2 + d \Rightarrow 1 - 12 + d = 1 \Rightarrow d = 5$	۱۱
درس دوم: بهینه سازی		
سوالات تشریحی		
۵/۷۵	(۱) $\underbrace{y = 8 - x}_{\cdot/25} \Rightarrow \underbrace{S(x) = -x^2 + 8}_{\cdot/25}, \underbrace{S'(x) = -2x + 8 = 0}_{\cdot/25}, \underbrace{x = 4, y = 4}_{\cdot/5}$ (۲) $\underbrace{2x + 2y = 24 \rightarrow x + y = 12 \rightarrow y = 12 - x}_{\cdot/25}, \underbrace{s(x) = xy = x(12 - x) = 12x - 2x^2 = 0}_{\cdot/25}$ $\underbrace{s'(x) = 12 - 4x = 0 \Rightarrow x = 3, y = 6}_{\cdot/5}$ (۳) $\underbrace{y = 7 - x}_{\cdot/25} \rightarrow \underbrace{s = (y)(x) = 7x - 2x^2}_{\cdot/5} \rightarrow \underbrace{s'(x) = 7 - 4x}_{\cdot/25}$ $\rightarrow \underbrace{x = 3/2}_{\cdot/25}, \underbrace{y = 5/2}_{\cdot/25}$ (ص ۱۱۴) (۴) $y = 8 - x \Rightarrow S(x) = xy = -x^2 + 8x \xrightarrow{S'=0} -2x + 8 = 0 \Rightarrow x = 4, \xrightarrow{y=8-x} y = 4$	۱
۶/۷۵	(۱) $\underbrace{p(x) = xy = 5x^2 - 10x}_{\cdot/5} \rightarrow \underbrace{p'(x) = 0}_{\cdot/25} \rightarrow \underbrace{10x - 10 = 0}_{\cdot/25} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -5 \end{cases}$ (۲) $\underbrace{y = 10 + x}_{\cdot/25} \rightarrow \underbrace{p = (y)(x) = 10x + x^2}_{\cdot/5} \rightarrow \underbrace{p'(x) = 10 + 2x = 0}_{\cdot/25} \rightarrow \underbrace{x = -5, y = 5}_{\cdot/5}$ (۳) (ص ۱۲۰) $\underbrace{a - b = 20 \Rightarrow a = b + 20}_{\cdot/25}, \underbrace{f(b) = b(b + 20)}_{\cdot/25} \Rightarrow \underbrace{f'(b) = 2b + 20 = 0}_{\cdot/25}$ (۴) $\underbrace{2a + b = 60 \Rightarrow b = 60 - 2a \Rightarrow ab = a(60 - 2a) = 60a - 2a^2}_{\cdot/25}$ $\underbrace{(ab)' = 60 - 4a = 0 \Rightarrow a = 15 \Rightarrow b = 60 - 2 \times 15 = 30}_{\cdot/25}$	۲

	$x - y = 8 \Rightarrow x = 8 + y \Rightarrow s = xy = x(8 + y) = y^2 + 8y$ $s' = 2y + 8 = 0 \Rightarrow y = -4, y = 4$	(۵)
۱/۵	(۱) ص ۱۲۰ $xy = 22 \rightarrow f(x) = (y+2)(x+4) = \frac{128}{x} + 40 + 2x \rightarrow f'(x) = -\frac{128}{x^2} + 2 = 0, x = 4, y = 8$ پس ابعاد صفحه ۱۲×۶ است. (۰/۲۵) (۲) $x = \frac{1}{6}$ غیر قابل قبول است. $v(x) = (1-2x)^2 \times x = x - 4x^2 + 4x^3, v'(x) = 1 - 8x + 12x^2 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}, x = \frac{1}{6}$ $V = x(30-2x)^2 \Rightarrow V' = (30-2x)^2 + 2x(-2)(30-2x) \xrightarrow{V'=0} (30-2x)^2 + 2x(-2)(30-2x) = 0 \Rightarrow (30-2x)(30-2x-4x) = 0 \Rightarrow (30-2x)(30-6x) = 0$ $x = 5, x = 15$ که $x = 15$ قابل قبول است.	۳
۱/۷۵	$2h + 2r + \pi r = 6 \Rightarrow h = \frac{6-2r-\pi r}{2} \Rightarrow S(r) = 6r - 2r^2 - \frac{1}{2}\pi r^2 \Rightarrow S'(r) = 6 - 4r - \pi r$ $6 - 4r - \pi r = 0 \Rightarrow r = \frac{6}{4+\pi}$ $h = \frac{6 - (2+\pi)\frac{6}{4+\pi}}{2} = \frac{6}{4+\pi}$ 	۴
۱/۵	$y = 0 \Rightarrow 12 - x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 12 \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{3}$ $S = 2\alpha \times \beta \xrightarrow{\beta=12-\alpha^2} S = 2\alpha(12-\alpha^2) = -2\alpha^3 + 24\alpha, \alpha \in (0, 2\sqrt{3})$ $S' = -6\alpha^2 + 24 \xrightarrow{S'=0} -6\alpha^2 = -24 \rightarrow \alpha^2 = 4 \Rightarrow \alpha = 2$ $2\alpha = 4, \beta = 12 - \alpha^2 = 8$ 	۵