

فصل اول ماتریس ها

جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

۱- هر آرایش مستطیلی از اعداد حقیقی، شامل تعداد سطر و ستون ماتریس نامیده می شود.

۲- هر آرایش مستطیلی از اعداد حقیقی، شامل تعدادی سطر و ستون یک ماتریس نامیده می شود و به ماتریسی که فقط یک

ستون داشته باشد ماتریس ستونی گوئیم مانند $A = \begin{bmatrix} -۲ \\ ۳ \\ ۵ \end{bmatrix}$

۳- اگر ماتریس $\begin{bmatrix} r & m-1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ یک ماتریس همانی باشد حاصل $m+1$ برابر با ۲ است.

۴- ماتریس مربعی که همه درایه های غیر واقع بر قطر اصلی آن صفر باشند را ماتریس قطری می گویند.

۵- حاصل ضرب ماتریس ها خاصیت جابجایی ندارد.

۶- در ماتریس قطری $A = \begin{bmatrix} ۳ & 0 \\ m-1 & ۴ \end{bmatrix}$ مقدار m برابر یک است.

۷- اگر ماتریس A فقط از یک سطر تشکیل شده باشد (فقط دارای یک سطر باشد) آنگاه آن را یک ماتریس سطری می نامیم.

۸- اگر ماتریسی قطری باشد و تمام درایه های روی قطر اصلی باهم برابر باشند، آن را یک ماتریس اسکالر می نامیم.

۹- در ماتریس $A = [a_{ij}]_{۳ \times ۳}$ که در آن $a_{ij} = \frac{۲i}{j-1}$ باشد، درایه های واقع در سطر سوم و ستون دوم ماتریس A برابر

$$a_{۳۲} = \frac{۲ \times ۳}{۲-1} = ۶ \text{ است. با.}$$

۱۰- اگر ماتریس $\begin{bmatrix} ۲ & 0 & f \\ 0 & a & 0 \\ e & c & b \end{bmatrix}$ اسکالر باشد، حاصل دترمینان ماتریس برابر ۸ است.

$$\xrightarrow{a=b=۲, f=e=c=0} |A| = ۲ \times ۲ \times ۲ = ۸$$

۱۱- ماتریس اسکالری که تمام درآیه های روی قطر اصلی آن عدد ۱ باشد ماتریس همانی می نامیم

۱۲- اگر $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس A برابر است با $|A| = \frac{1}{|A^{-1}|} = \frac{1}{3}$

۱۳- اگر دستگاه معادلات $\begin{cases} 2x + my = 4 \\ x + y - m = 0 \end{cases}$ بی شمار جواب داشته باشد، مقدار m برابر است با $\frac{2}{1} = \frac{m}{1} = \frac{4}{m} \Rightarrow m = 2$

۱۴- دترمینان هر ماتریس قطری برابر با حاصل ضرب درآیه های قطر اصلی است

۱۵- اگر A یک ماتریس 3×3 و $|A| = 5$ باشد، آنگاه $\left| \frac{1}{2} A \right|$ برابر $\frac{5}{8}$ است. $\left| \frac{1}{2} A \right| = \left(\frac{1}{2} \right)^3 |A| = \frac{5}{8}$

۱۶- اگر $A = [a_{ij}]_{p \times p}$ ، $|A| = -2$ باشد مقدار $|-5A|$ برابر با -50 است $|-5A| = (-5)^p |A| = 25 \times (-2) = -50$

۱۷- اگر $A = \begin{bmatrix} a & 8 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد، مقدار a برابر -6 است. $|A| = 0 \Rightarrow -4a - 24 = 0 \Rightarrow a = -6$

۱۸- اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $|-A|$ برابر است با -8 $|-A| = (-1)^3 |A| = -8$

۱۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $|A|$ برابر است با -30 . $|A| = 2(-3) \times 5 = -30$

۲۰- شرط لازم و کافی برای اینکه ماتریس مربعی A وارون پذیر باشد ، آن است که دترمینان ماتریس A مخالف صفر باشد.

۲۱- دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 4 \end{bmatrix}$ برابر -14 است. $|A| = (16 + 0 + 6) - (0 - 4 + 12) = 14$

۲۲- از تساوی ماتریسی $A \times B = A \times C$ که در آن A یک ماتریس مربعی است با شرط وارون پذیری ماتریس A نتیجه می شود $B = C$

۲۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -3 \\ 25 & -3 \\ 16 & 4 \end{bmatrix}$ باشد حاصل A^{1404} برابر با ماتریس $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ است .

$$A^2 = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -3 \\ 25 & -3 \\ 16 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -3 \\ 25 & -3 \\ 16 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I \Rightarrow A^{1404} = (A^2)^{702} = I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۲۴- اگر $A = \begin{bmatrix} \cos 15^\circ & \sin 15^\circ \\ 2 \sin 15^\circ & 2 \cos 15^\circ \end{bmatrix}$ باشد آنگاه حاصل $\sqrt{3}|A^{-1}| = \dots\dots\dots$ است .

$$|A| = 2 \cos^2 15^\circ - 2 \sin^2 15^\circ = 2 \cos 30^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3}|A^{-1}| = \frac{\sqrt{3}}{|A|} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 1$$

۲۵- حاصل $\begin{vmatrix} \log 25 & \log 4 \\ \log 4 & \log 25 \end{vmatrix}$ برابر $4 \log(2/5)$ است

$$\log^2 25 - \log^2 4 = (\log 25 + \log 4)(\log 25 - \log 4) = \log 100 \times \log \frac{25}{4} = 2 \log \frac{25}{4} = 4 \log(2/5)$$

۲۶- هرگاه $|A_{p \times p}| = 3$ باشد حاصل $|A| |5A|$ برابر 16875 است

$$|5A| = 5^p \times 3 = 75 \Rightarrow |75A| = 75^p \times 3 = 16875$$

فصل دوم (مقاطع مخروطی - دایره - بیضی و سهمی)

۱- مکان هندسی ، مجموعه نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه آنها یک ویژگی مشترک داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد.

۲- اگر صفحه P بر محور سطح مخروطی عمود نباشد و با مولد موازی نباشد و فقط یکی از دو نیمه سطح مخروطی را قطع کند در این صورت فصل مشترک صفحه P و سطح مخروطی یک بیضی است.

۳- در حالتی که صفحه ی P بر محور سطح مخروطی L عمود باشد و از راس آن عبور کند ، شکل حاصل یک نقطه خواهد بود.

۴- مکان هندسی نقاطی که مجموع فواصل شان از دو نقطه ی ثابت ، یک مقدار ثابت باشد ، یک بیضی است.

۵- نیمساز هر زاویه مکان هندسی نقاطی از صفحه است که از دو ضلع زاویه به یک فاصله است .

۶- مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله اند، نیمساز آن زاویه است.

۷- صفحه ای بر محور سطح مخروطی دوار عمود است و از رأس آن نمی گذرد ، مقطع حاصل دایره می باشد.

۸- مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو خط متقاطع l, l' به یک فاصله اند دو نیمساز بین دو خط l, l' است.

۹- مکان هندسی مرکز های دایره هایی با شعاع ثابت R که بر دایره $C(O, r)$ در صفحه ی این دایره، مماس خارج اند ، دایره ای به مرکز O و شعاع pr می باشد.

۱۰- هرگاه صفحه P یک روبه مخروطی را به گونه ای قطع کند که بر محور آن عمود باشد سطح مقطع حاصل دایره یا نقطه است.

۱۱- نقطه $A(1, -2)$ در درون دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$ قرار دارد.

$$1^2 + (-2)^2 - 2(1) + 2(-2) = -1 < 0$$

۱۲- مکان هندسی مرکز همه دایره های با شعاع ثابت یک که بر دایره ی $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 16$ مماس خارج باشند دایره

های به مرکز $O(1, -2)$ و شعاع ۵ است. $R_1 = 1, R_p = \sqrt{16} = 4 \Rightarrow R = R_1 + R_p = 1 + 4 = 5$

۱۳- رابطه $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ معادله یک دایره است هرگاه $a^2 + b^2 > 4c$ باشد این معادله تنها یک نقطه را مشخص می کند.

۱۴- اگر در بیضی خروج از مرکز به عدد صفر نزدیک شود کشیدگی بیضی کمتر شده و بیضی به دایره نزدیکتر میشود.

۱۵- اگر مجموع فواصل نقطه A از دو کانون بیضی بیشتر از طول قطر بیضی باشد ، نقطه A در بیرون بیضی است.

۱۶- در حالتی که $\frac{c}{a} = 1$ بیضی به یک پاره خط تبدیل می شود.

۱۷- در حالتی که $\frac{c}{a} = 0$ بیضی به یک دایره تبدیل می شود.

۱۸- اگر طول قطر بزرگ بیضی دو برابر فاصله ی کانونی آن باشد ، خروج از مرکز بیضی برابر $\frac{1}{2}$ $e = \frac{c}{a} = \frac{c}{pc} = \frac{1}{2}$ است

۱۹- در صورتی که خروج از مرکز بیضی برابر صفر باشد، بیضی تبدیل به یک دایره می شود.

۲۰- اگر مجموع فواصل نقطه ی A از دو کانون بیضی کمتر از طول بزرگ باشد ، نقطه ی A در درون بیضی است.

۲۱- سهمی مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک نقطه ثابت غیر واقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند

۲۲- هر شعاع نوری که موازی با محور سهمی به بدنه ی سهمی بتابد ، بازتاب آن از کانون خواهد گذشت.

۲۳- مکان هندسی نقاطی از صفحه که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک نقطه ی ثابت غیر واقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند را سهمی می نامیم.

۲۴- دایره هایی که مرکز آنها روی سهمی به معادله $(y-1)^2 = -8(x+1)$ واقع است واز کانون سهمی میگذرد بر خط به معادله $X=1$ مماس است. $X=1$ مماس است. $-4P = -8 \Rightarrow P = 2 \Rightarrow X = -1+2 = 1$ $S = (\alpha, \beta) = (-1, 1)$

فصل سوم (بردارها)

۱- بردار $\vec{a} = 2\vec{j} - \vec{k}$ در فضا سه بعدی بر صفحه مختصات YOZ منطبق است. (XOZ, YOZ, XOY)

۲- در فضای R^3 ، نقطه (۵- و ۲ و ۳-) در ناحیه (کنج) ششم دستگاه مختصات قرار دارد.

۳- اگر دو بردار مانند $\vec{a}, \vec{b}$ موازی باشند، آنگاه یکی از آنها مضرب دیگری است.

۴- اگر سه بردار $\vec{a}, \vec{b}$ و $\vec{c}$ در یک صفحه باشند آن گاه حجم متوازی السطوح بنا شده توسط سه بردار برابر صفر است.

۵- اگر برای دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ داشته باشیم: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}|$ در این صورت زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر صفر است.

۶- اگر $\vec{k}$ و $\vec{j}$ و $\vec{i}$ بردارهای واحد در R^3 باشند حاصل $(\vec{i} \times \vec{j}) \cdot \vec{k}$ برابر است با یک

۷- اگر برای هر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ داشته باشیم: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \times |\vec{b}|$ در این صورت زاویه ی بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر صفر است.

۸- حاصل ضرب داخلی دو بردار غیر صفر $\vec{a}, \vec{b}$ که بر هم عمود هستند، برابر صفر است.

۹- برای هر دو بردار دلخواه $\vec{a}, \vec{b}$ حاصل $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$ برابر صفر است.

۱۰- حاصل $(\vec{j} \times \vec{i}) - 2\vec{k}$ برابر $-3\vec{k}$ است. $(\vec{j} \times \vec{i}) - 2\vec{k} = -\vec{k} - 2\vec{k} = -3\vec{k}$

شمسی

موفق و پیروز باشید عزیزان