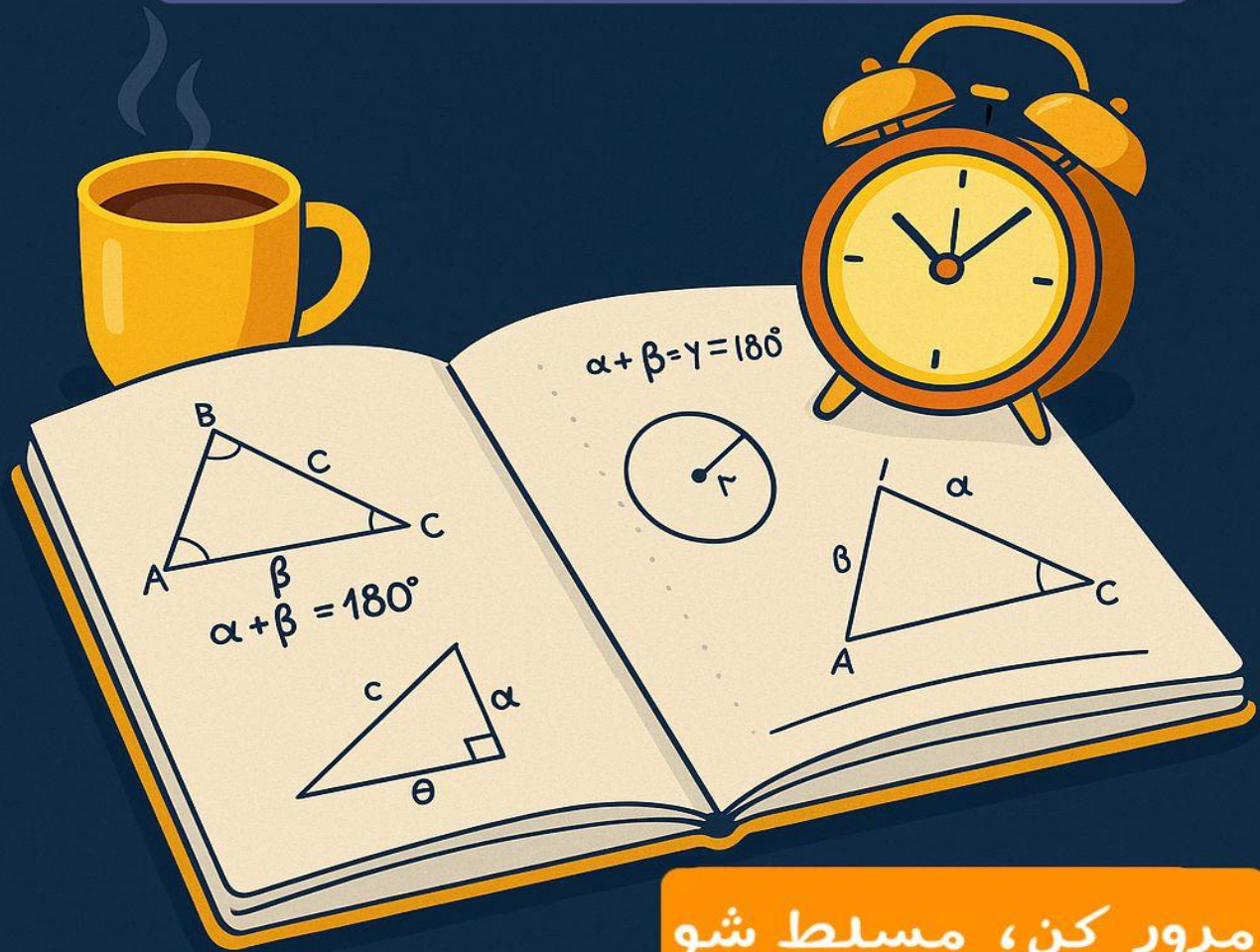


فول مارک هندسه یازدهم

نمره کامل در شب امتحان هندسه ۲



مدرور کن، مسلط شو
بیست بگیر

رحیمه قربانیان
عضو گروه ریاضی استان آذربایجان شرقی
دبیر ریاضی دبیرستان باقر العلوم ناحیه یک تبریز

به نام خدا

این فایل بر اساس محتوای کتاب هندسه ۲ سال یازدهم و با هدف مرور آخر در شب امتحان تهیه شده است. ساختار کتاب بر اساس سه محور اساسی فعالیت، کاردرکلاس و تمرین قرار گرفته است. از این میان «فعالیت ها» موقعیت هایی برای یادگیری و ارائه مفاهیم جدید ریاضی فراهم می کنند.

اما در امتحان، سوالات به صورت انتزاعی مطرح می شوند و گاهی برای دانش آموزان تشخیص سوال سخت می شود. لذا این فایل برای کمک به دانش آموزان تهیه شد و پیشنهاد می شود از این فایل مشابه سوال امتحانی استفاده گردد. در شب امتحان مثل جلسه امتحان کتاب را بسته و از سوالات فایل به عنوان برگه امتحانی استفاده کنید و شروع به نوشتن جواب کنید. بعد از هر صفحه می توانید نوشته های خود را با کتاب مقابله کنید و اشکالات خود را متوجه بشوید و به همین ترتیب ادامه دهید.

همچنین در صفحه آخر فایل لینک تدریس خط به خط هندسه ۲ آورده شده است.

ان شا الله با برنامه ریزی و مطالعه دقیق نمره بیست را در امتحانات نهایی کسب کنید.

فهرست

فصل سوم: روابط طولی در مثلث

اهداف	۴
درسنامه	۵
درس اول: قضیه سینوس ها	۹
درس دوم: قضیه کسینوس ها	۱۲
درس سوم: قضیه نیمسازهای زوایای داخلی و محاسبه طول نیمسازها	۱۶
درس چهارم: قضیه هرون (محاسبه ارتفاع ها و مساحت مثلث)	۱۸
لینک تدریس کتاب	

بسم الله الرحمن الرحيم

فصل ۳

روابط طولی در مثلث

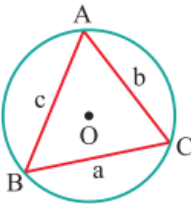
فصل ۳: روابط طولی در مثلث (۶ نمره)

ملاحظات	سطوح شناختی مورد انتظار				اهداف جزئی	محتوا	اهداف کلی
	تجزیه و تحلیل	کاربرد	درک و فهم	پداوری			
۱- از طرح سؤالات با مفاهیم و راه حل پیچیده پرهیز شود. ۲- در طرح سؤال از اثبات قضایایی که اثبات در چند حالت است، در صورتی که حالت خاصی مد نظر طراح سؤال هست شکل آن حالت کشیده شود و یا در صورت سؤال ذکر شود، در صورتی که همه حالاتها مدنظر هست ذکر شود.	●	●	●		۱- روابط طولی بین اضلاع در مثلث قائم الزامیه را بداند و بتواند استفاده کند. ۲- قضیه سینوسها را بداند و بتواند اثبات کند. ۳- کاربرد قضیه سینوسها در تعیین اندازه زاویهها و طول اضلاع را بداند و بتواند مجهولات خواسته شده را به دست آورد.	درس ۱	قضیه سینوسها
۱- از طرح سؤالات با مفاهیم و راه حل پیچیده پرهیز شود. ۲- در طرح سؤال از اثبات قضایایی که اثبات در چند حالت است، در صورتی که حالت خاصی مد نظر طراح سؤال هست شکل آن حالت کشیده شود و یا در صورت سؤال ذکر شود، در صورتی که همه حالاتها مدنظر هست ذکر شود. ۳- صورت قضایای میانهها و استوارت در تمرینات آمده است، دانش آموز موظف به حفظ این دو رابطه نیست، بنابراین سؤالی که مستقیما با استفاده از این دو رابطه حل می شود نباید طرح شود، مگر آنکه رابطه در صورت سؤال آورده شود.	●	●	●		۱- قضیه کسینوسها را بداند و بتواند اثبات کند. ۲- بتواند قضیه کسینوسها را در محاسبه اندازه اضلاع و یا اندازه زاویه در مثلث به کار ببرد. ۳- قضیه میانهها را بتواند اثبات کند. ۴- قضیه استوارت را بتواند ثابت کند.	درس ۲	قضیه کسینوسها
۱- از طرح سؤالات با مفاهیم و راه حل پیچیده پرهیز شود. ۲- طرح سؤال از نیمساز خارجی و محاسبه طول آن مجاز نیست.	●	●	●		۱- قضیه نیمسازهای زاویههای داخلی مثلث را بداند و بتواند اثبات کند. ۲- قضیه محاسبه طول نیمساز را بداند و اثبات کند. ۳- به کمک قضیه طول نیمساز داخلی بتواند طول نیمساز را محاسبه کند.	درس ۳	قضیه نیمسازهای داخلی و محاسبه طول نیمسازها

ملاحظات	سطوح شناختی مورد انتظار				اهداف جزئی	محتوا	اهداف کلی
	تجزیه و تحلیل	کاربرد	درک و فهم	پداوری			
۱- سؤال محاسباتی و اثباتی در حد تمرینهای کتاب مدنظر است. ۲- اثبات دستور هرون جزء اهداف کتاب نیست.	●	●	●		۱- دستور هرون را بداند و بتواند آن را در محاسبه مساحت مثلث با طول اضلاع مشخص به کار گیرد. ۲- فرمول مساحت مثلث با دانستن دوضلع و سینوس زاویه بین آنها را بداند و بتواند در حل مسائل از آن استفاده کند. ۳- با داشتن اضلاع مثلث بتواند نوع زاویه مثلث، متفرجه، قائمه یا حاده را معلوم کند.	درس ۴	قضیه هرون (محاسبه ارتفاع و مساحت مثلث)

روابط طولی در مثلث

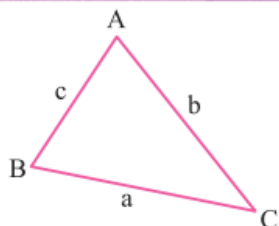
قضیه سینوس‌ها

رابطه	شکل
$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$	

روابط مربوط به شعاع دایره محیطی و محاطی مثلث

شعاع دایره محیطی مثلث	شعاع دایره محاطی مثلث
$R = \frac{abc}{4S}$	$r = \frac{S}{p}$
$R = \frac{a}{2 \sin \hat{A}} = \frac{b}{2 \sin \hat{B}} = \frac{c}{2 \sin \hat{C}}$	$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$

قضیه کسینوس‌ها

رابطه	شکل
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B}$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$	

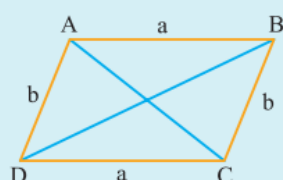
تشخیص نوع مثلث

یکی از نتایج قضیه کسینوس ها رابطه $\cos \hat{A} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ می باشد که با توجه به آن داریم:

مثلث منفرجه الزاویه	مثلث قائم الزاویه	مثلث حاده الزاویه
$\hat{A} > 90^\circ \Rightarrow \cos \hat{A} < 0$	$\hat{A} = 90^\circ \Rightarrow \cos \hat{A} = 0$	$\hat{A} < 90^\circ \Rightarrow \cos \hat{A} > 0$
$a^2 > b^2 + c^2$	$a^2 = b^2 + c^2$	$a^2 < b^2 + c^2$

نکته

با توجه به قضیه کسینوس ها در متوازی الاضلاع ABCD داریم:



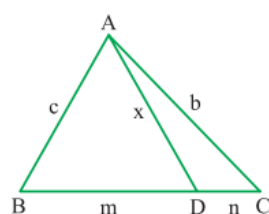
$$AC^2 + BD^2 = 2(a^2 + b^2)$$

رابطه طول میانه

شکل	رابطه ها
	$b^2 + c^2 = \frac{a^2}{2} + 2m_a^2$ $a^2 + c^2 = \frac{b^2}{2} + 2m_b^2$ $a^2 + b^2 = \frac{c^2}{2} + 2m_c^2$ $m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$

قضیه استوارت

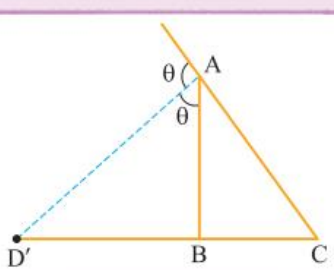
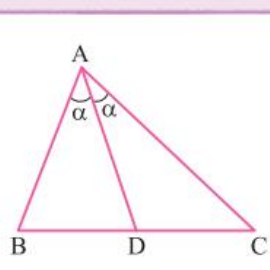
اگر AD یک پاره خط دلخواه درون مثلث ABC باشد، داریم:



$$x^2 = \frac{mb^2 + nc^2}{m+n} - mn$$

- قضیه نیمسازها -

اگر AD و AD' به ترتیب نیمسازهای داخلی و خارجی زاویه A در مثلث ABC باشند، داریم:

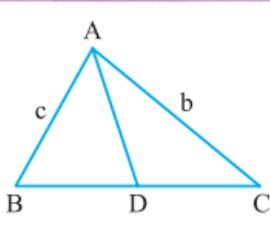
نیمساز خارجی	نیمساز داخلی
 $\frac{BD'}{CD'} = \frac{AB}{AC}$	 $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$

نکته

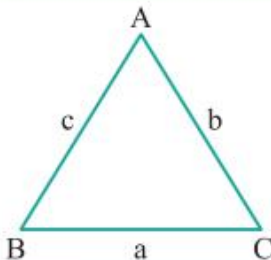
$$AD^2 = AB \times AC - BD \times CD$$

برای محاسبه طول نیمساز از رابطه روبهرو استفاده می‌کنیم:

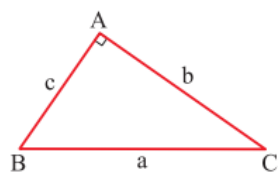
محاسبه طول نیمساز با داشتن دو ضلع و زاویه بین

$\hat{A} = 120^\circ$	$\hat{A} = 90^\circ$	$\hat{A} = 60^\circ$	رابطه کلی
$AD = \frac{bc}{b+c}$	$AD = \sqrt{2} \times \frac{bc}{b+c}$	$AD = \sqrt{3} \times \frac{bc}{b+c}$	 $AD = \cos \frac{\hat{A}}{2} \times \frac{2bc}{b+c}$

قضیه هرون

شکل	رابطه
	$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $p = \frac{a+b+c}{2}$

هرون در مثلث قائم الزاویه

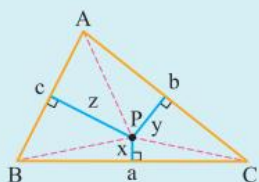


$$۱) S = p(p-a)$$

$$۲) S = (p-b)(p-c)$$

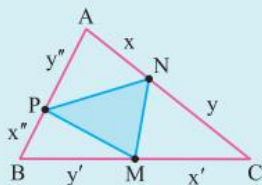
نکته

• اگر p نقطه‌ای دلخواه درون مثلث ABC باشد، مساحت مثلث برابر است با:



$$S = \frac{ax + by + cz}{2}$$

• اگر P و N, M نقاطی دلخواه بر روی اضلاع مثلث ABC باشند، داریم:

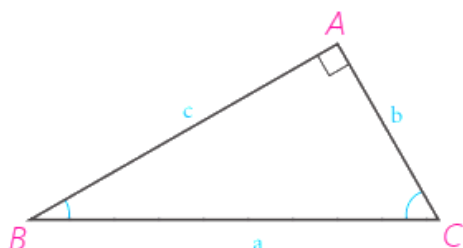


$$\frac{S_{\text{مثلث MNP}}}{S_{\text{مثلث ABC}}} = \frac{xx'x'' + yy'y''}{abc}$$

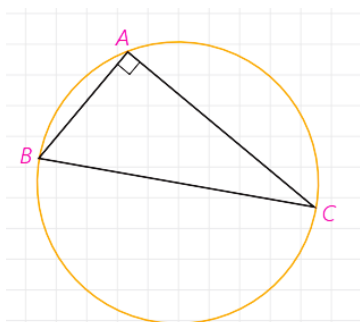
فصل سوم: روابط طولی در مثلث

درس اول: قضیه سینوس ها

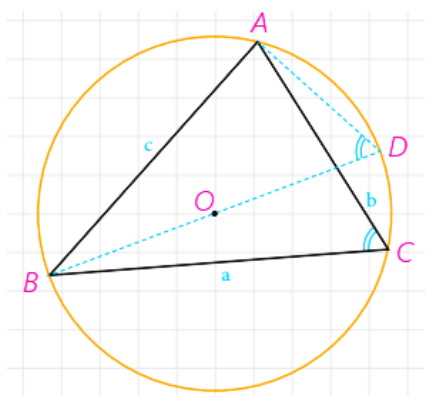
در هر مثلث قائم الزاویه، نسبت اندازه هر ضلع به سینوس زاویه روبه رو به آن برابر است با اندازه وتر مثلث.

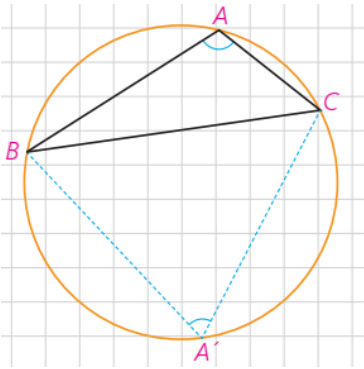


در هر مثلث قائم الزاویه، نسبت اندازه هر ضلع به سینوس زاویه روبه رو به آن برابر است با اندازه شعاع دایره محیطی مثلث.

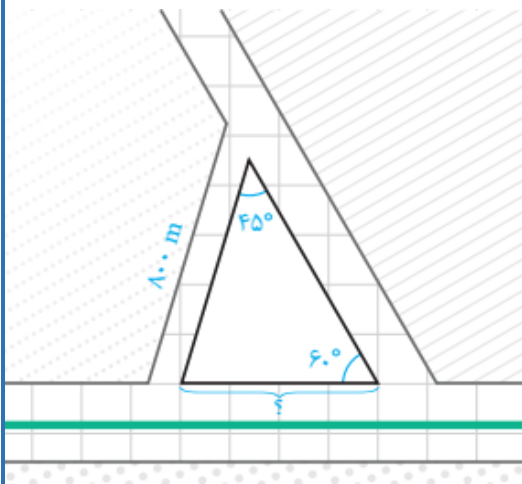


در هر مثلث دلخواه، نسبت اندازه هر ضلع به سینوس زاویه روبه رو به آن برابر است با اندازه شعاع دایره محیطی مثلث.
الف) $\hat{A} < 90^\circ$



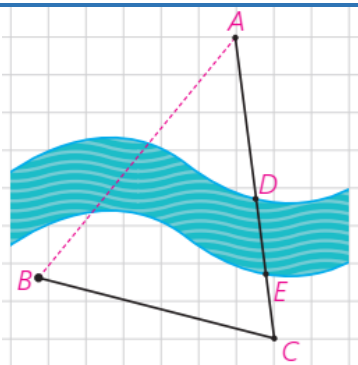
(ب) $\hat{A} > 90^\circ$ 

در مثلث ABC ، $BC = 10\text{ cm}$ و $\hat{A} = 120^\circ$ و $AC = \frac{10\sqrt{6}}{3}$ مقدار شعاع دایره محیطی مثلث و اندازه زوایای $\hat{B}$ و $\hat{C}$ را به دست آورید.



از یک بلوار افقی، یک خیابان فرعی باریک با زاویه 60° جدا شده است. اکنون شهرداری منطقه می خواهد یک خیابان فرعی دیگر به طول ۸۰۰ متر بنا کند تا با زاویه 45° از خیابان فرعی اول جدا، و به بلوار منتهی شود. این خیابان از چه فاصله ای از رأس زاویه 60° باید شروع شود و با بلوار چه زاویه ای می سازد؟

می خواهیم روی یک رودخانه عمیق بین دو نقطه A و B در دو طرف رودخانه، پلی بنا کنیم. برای محاسبات مربوط به احداث پل، باید فاصله ابتدا و انتهای آن



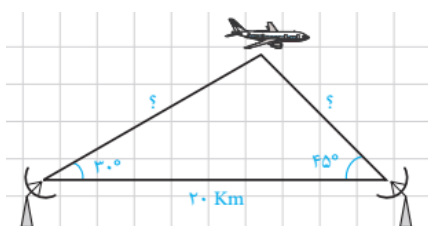
(یعنی طول AB) را به دست بیاوریم؛ اما امکان اندازه گیری مستقیم (به دلیل وجود رودخانه) وجود ندارد. برای این کار از نقطه A در جهتی حرکت می کنیم تا با عبور از قسمت کم عمق رودخانه (DE) به نقطه C برسیم و طول BC را اندازه گیری می کنیم؛ سپس با زاویه یاب (تئودولیت) زاویه دید AC از نقطه B ($\hat{B}$) و زاویه دید AB از C ($\hat{C}$) را اندازه می گیریم.

الف) نشان دهید با داشتن طول BC و زوایای $\hat{B}$ و $\hat{C}$ می توان فاصله AB را به دست آورد.

ب) اگر $BC = 3km$ و $\hat{B} = 70^\circ$ و $\hat{C} = 70^\circ$ به کمک ماشین حساب طول AB را به دست آورید.

$$\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$

ثابت کنید در هر مثلث قائم الزاویه ABC ، $\hat{A} = 90^\circ$ با ارتفاع $AH = h_a$ داریم:



دو ایستگاه رادار، که در فاصله ۲۰ کیلومتری از هم واقع اند، هواپیمایی را با زاویه های ۳۰ و ۴۵ درجه رصد کرده اند. فاصله هواپیما را از دو ایستگاه به دست آورید.

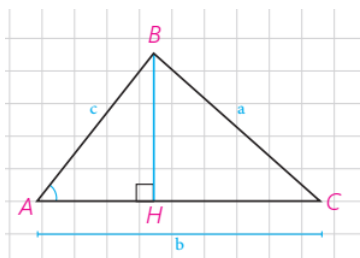
درس دوم: قضیه کسینوس ها

قضیه کسینوس ها: در هر مثلث، مربع اندازه هر ضلع برابر است با مجموع مربع های اندازه های دو ضلع دیگر، منهای دو برابر حاصلضرب اندازه آن دو ضلع در کسینوس زاویه بین آنها.

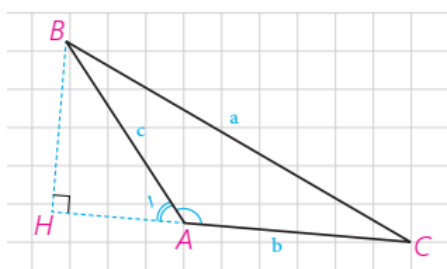
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$$

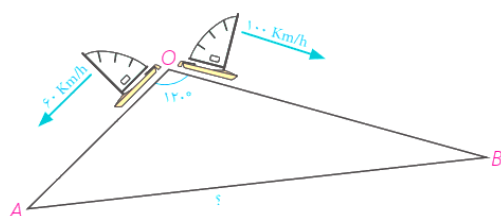


الف) $\hat{A} < 90^\circ$



ب) $\hat{A} > 90^\circ$

در حالتی که زاویه A قائمه باشد، این رابطه به چه صورت در می آید؟



دو قایق از یک نقطه در دریاچه ای با سرعتهای 60km/h و 100km/h و با زاویه 120° درجه از هم دور می شوند. نیم ساعت بعد دو قایق در چه فاصله ای از یکدیگر هستند؟

در مثلث ABC ، $AB = 2\sqrt{2}$ ، $AC = \sqrt{6} + \sqrt{2}$ و $\hat{A} = 60^\circ$ است.

۱- طول ضلع BC را به کمک قضیه کسینوس ها به دست آورید.

۲- اندازه $\hat{C}$ را به کمک قضیه سینوس ها به دست آورید و از آنجا اندازه $\hat{B}$ را هم بیابید.

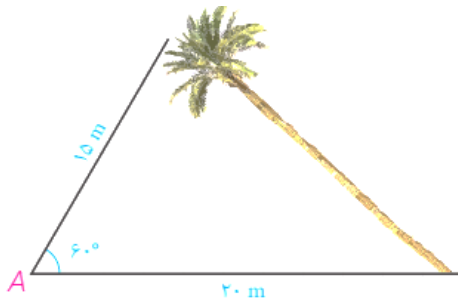
یک درخت کج از نقطه A روی زمین، که در فاصله ۱۵ متری از نوک درخت است به زاویه 60° درجه دیده می شود.

اگر فاصله A تا پای درخت ۲۰ متر باشد، مطلوب است:

الف) طول درخت

ب) سینوس زاویه ای که درخت با سطح زمین می سازد.

پ) فاصله نوک درخت از زمین

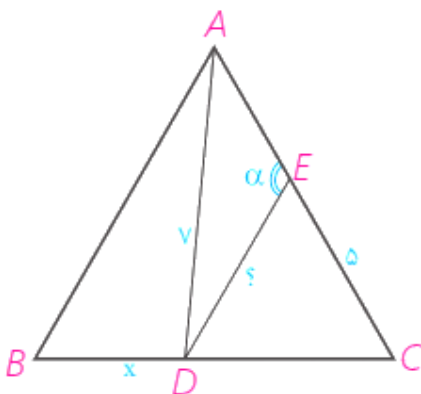


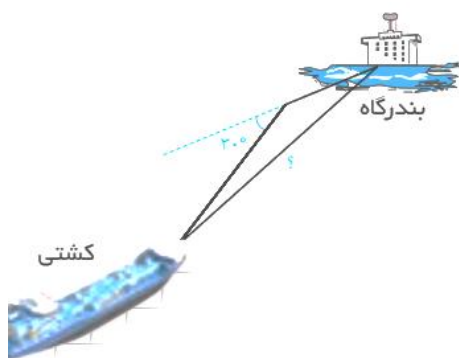
در مثلث متساوی الاضلاع ABC به ضلع ۸ واحد، نقطه D ، که به فاصله ۷

واحد از رأس A قرار دارد از B و C چه فاصله ای دارد؟ ($CD > BD$)

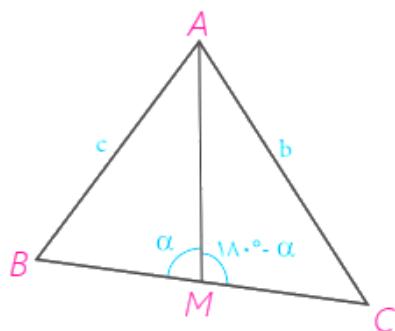
نقطه E ، که به فاصله ۵ واحد از C قرار دارد از D به چه فاصله ای است؟

اندازه زاویه AED چند درجه است؟





یک کشتی از یک نقطه با سرعت ۶۰ کیلومتر در ساعت در یک جهت در حرکت است و یک ساعت بعد با ۳۰ درجه انحراف به راست با سرعت ۴۰ کیلومتر در ساعت به حرکت خود ادامه می دهد و یک ساعت و نیم پس از آغاز حرکتش در یک بندرگاه پهلوی می گیرد.
فاصله بندرگاه از مبدأ حرکت کشتی چند کیلومتر است؟

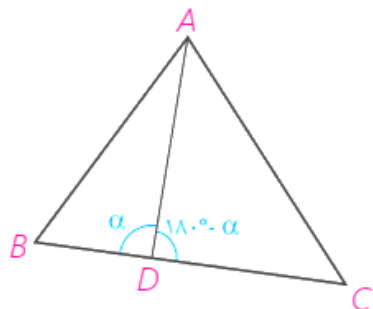


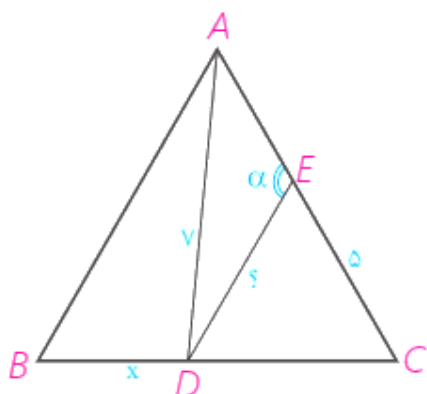
در مثلث ABC ، میانه را رسم کرده ایم. $\left(MB = MC = \frac{a}{2}\right)$
ابتدا قضیه میانه ها را ثابت کنید: $b^2 + c^2 = 2AM^2 + \frac{a^2}{2}$
سپس در حالت خاص $AB = 4$ و $AC = 6$ و $BC = 8$ ، طول میانه AM را به دست آورید.

در مثلث ABC ، نقطه دلخواه D روی BC مفروض است.
ابتدا قضیه استوارت را ثابت کنید.

$$AB^2 \cdot DC + AC^2 \cdot DB = AD^2 \cdot BC + DB \cdot DC \cdot BC$$

سپس به کمک آن درستی قضیه میانه ها را نتیجه گیری کنید.



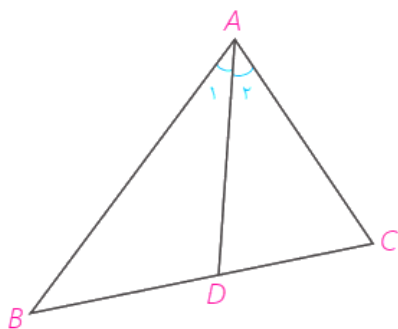


مساله زیر را این بار با به کمک قضیه استوارت حل کنید.

در مثلث متساوی الاضلاع ABC به ضلع ۸ واحد، نقطه D ، که به فاصله ۷ واحد از رأس A قرار دارد از B و C چه فاصله ای دارد؟ $(CD > BD)$ نقطه E ، که به فاصله ۵ واحد از C قرار دارد از D به چه فاصله ای است؟ اندازه زاویه AED چند درجه است؟

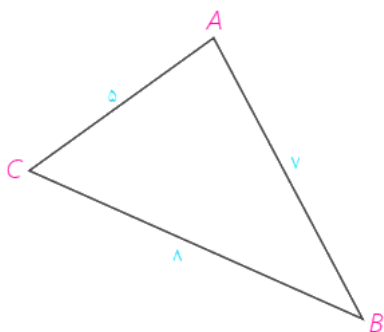
درس سوم: قضیه نیمسازهای زوایای داخلی و محاسبه طول نیمسازها

قضیه : نشان دهید در هر مثلث، نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع روبه رو به آن زاویه را به نسبت اندازه های ضلع های آن زاویه تقسیم می کند.

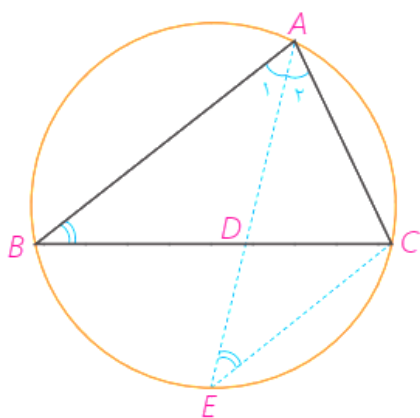


در مثلث ABC ، $AB = 7$ ، $AC = 5$ و $BC = 8$ است. طول های دو قطعه ای را به دست آورید که نیمساز زاویه B روی ضلع مقابل ایجاد می کند.

در شکل روبه رو نیمساز زاویه C را رسم کنید و طولهای دو قطعه ای را به دست آورید که این نیمساز روی AB جدا می کند.

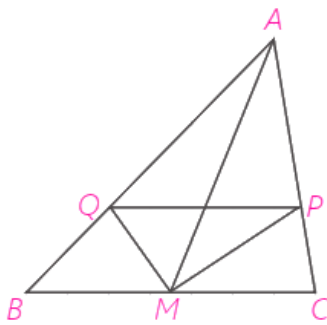


قضیه : نشان دهید در هر مثلث، مربع اندازه هر نیمساز داخلی برابر است با حاصلضرب اندازه دو ضلع زاویه، منهای حاصلضرب اندازه دو قطعه ای که نیمساز روی ضلع مقابل ایجاد می کند.



در مثلث ABC ، $AB = 3$ ، $AC = 5$ و $BC = 7$ است. طول نیمساز زاویه A را بیابید.

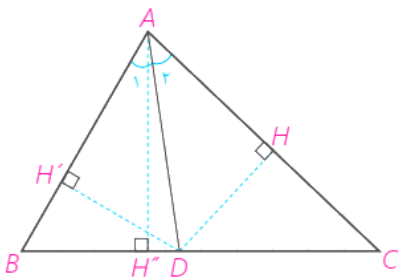
در مثلث ABC ، M وسط BC و MP و MQ نیمسازهای زوایای AMC و AMB هستند. ثابت کنید: $PQ \parallel BC$



در مثلث ABC ، $AB = 7$ ، $AC = 4$ و $BC = 10$ است. طول نیمساز زاویه داخلی C را به دست آورید.

با پر کردن جاهای خالی با فرض اینکه در شکل مقابل AD نیمساز زاویه A است، روش دیگری برای اثبات قضیه نیمسازهای زوایای داخلی ارائه کنید:

الف) چرا $DH = DH'$ ؟



$$\frac{S_{ABD}}{S_{ACD}} = \frac{\frac{1}{2} DH' \times \dots}{\frac{1}{2} DH \times \dots} = \frac{\dots}{\dots} \quad (1)$$

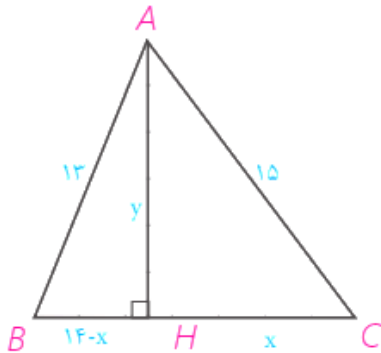
ب)

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ACD}} = \frac{\frac{1}{2} BD \times \dots}{\frac{1}{2} CD \times \dots} = \frac{\dots}{\dots} \quad (2)$$

از مقایسه (۱) و (۲) نتیجه می شود: $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$

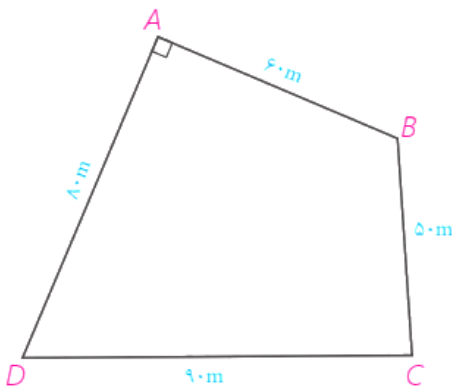
درس چهارم: قضیه هرون (محاسبه ارتفاع ها و مساحت مثلث)

مساحت مثلث با اضلاع به طولهای ۱۴، ۱۳ و ۱۵ به دست آورید.

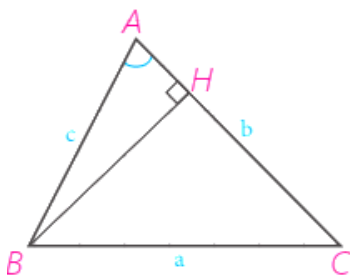


مساحت مثلث با اضلاع به طولهای ۱۴، ۱۳ و ۱۵ به کمک دستور هرون به دست آورید. سپس طول های سه ارتفاع مثلث را حساب کنید.

چهارضلعی $ABCD$ یک مزرعه کشاورزی را نشان می دهد که تنها دو ضلع آن بر هم عمودند. طولهای اضلاع زمین به سادگی قابل اندازه گیری، و اندازه های آنها در شکل مشخص شده است. مساحت این زمین را به دست آورید.



نشان دهید مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصلضرب اندازه های هر دو ضلع در سینوس زاویه بین آنها.



مثلث ABC با اضلاع ۳ و ۵ و ۷ مفروض است.

۱- مساحت مثلث را با استفاده از دستور هرون به دست آورید.

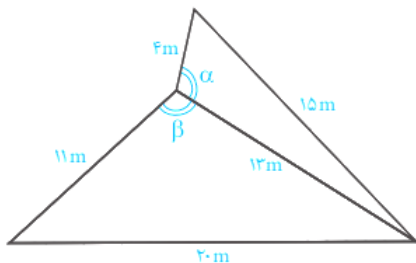
۲- مساحت مثلث را با استفاده از دستور $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A$ بنویسید.
از مقایسه نتایج ۱ و ۲ اندازه زاویه منفرجه A را به دست آورید.

در مثلث ABC ، $AB = ۱۰$ ، $AC = ۶$ و $\hat{A} = ۶۰^\circ$ است.

الف) طول BC را به دست آورید.

ب) مساحت مثلث را تعیین کنید.

پ) مقدار $\sin B$ را پیدا کنید.



دو زمین کوچک به شکل مثلث با یک دیوار به طول ۱۳ متر مطابق شکل از هم

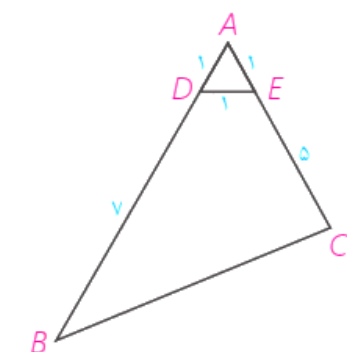
جدا شده اند. ابعاد زمین ها هم در شکل مشخص شده اند.

اگر با برداشتن دیوار، دو زمین به یک زمین تبدیل شود، مساحت آن چقدر میشود؟

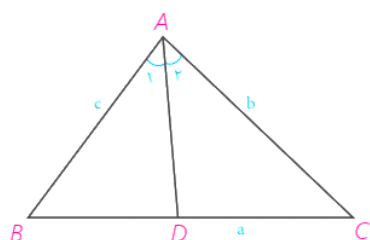
نشان دهید دیوار مشترک با اضلاع ۴ متری و ۱۱ متری زاویه های برابر می سازد.

$(\alpha = \beta)$

دستور محاسبه مساحت مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a را به کمک دستور هرون به دست آورید.



در شکل مقابل، اولاً طول BC را به دست آورید.
ثانیاً مساحت چهارضلعی $DECB$ را بیابید.



در شکل AD نیمساز زاویه $\hat{A}$ است.
با پر کردن جاهای خالی، دستوری دیگر برای محاسبه طول نیمساز زاویه A به دست آورید.

$$S_{ABC} = S_{ABD} + S_{ACD} \Rightarrow$$

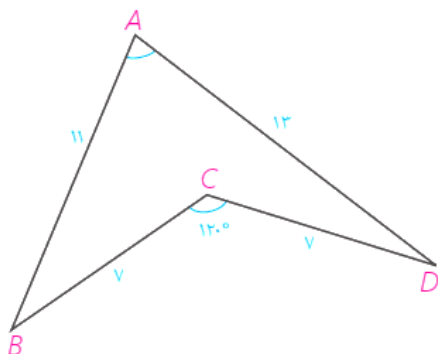
$$\frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \dots \times \dots \times \sin \frac{A}{2} + \frac{1}{2} \dots \times \dots \times \sin \frac{A}{2}$$

$$\Rightarrow AB \cdot AC \cdot \sin A = AD \cdot \sin \frac{A}{2} (\dots + \dots)$$

$$\Rightarrow AD = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin A}{(\dots + \dots) \sin \frac{A}{2}} = \frac{2 AB \cdot AC \cdot \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2}}{(\dots + \dots) \sin \frac{A}{2}}$$

$$\Rightarrow AD = \dots \Rightarrow (A \text{ نیمساز رأس } A) d_a = \frac{2bc \cdot \cos \frac{A}{2}}{b+c}$$

در مثلث ABC به اضلاع ۵ و ۶ و ۷ سانتی متر، نقطه ای که از اضلاع به طول های ۵ و ۶ به فاصله ۲ و ۳ سانتی متر است، از ضلع بزرگتر چه فاصله ای دارد؟



در شکل، اولاً اندازه زاویه A را به دست آورید.
ثانیاً مساحت چهارضلعی $ABCD$ را بیابید.

ثابت کنید مساحت هر متوازی الاضلاع برابر است با حاصلضرب دو ضلع مجاور در سینوس زاویه بین آن دو ضلع.

به کمک قضیه کسینوسها ثابت کنید در مثلث ABC :

الف) $\hat{A} > 90^\circ$ اگر و تنها اگر $a^2 > b^2 + c^2$

ب) $\hat{A} < 90^\circ$ اگر و تنها اگر $a^2 < b^2 + c^2$

پ) $\hat{A} = 90^\circ$ اگر و تنها اگر $a^2 = b^2 + c^2$

به کمک نتیجه تمرین فوق، حاده(تند)، قائمه یا منفرجه(باز) بودن زاویه A را در هر یک از مثلث های زیر تعیین کنید.

الف) $AB = 10$ ، $AC = 6$ و $BC = 9$

ب) $AB = 8$ ، $AC = 4$ و $BC = 9$

پ) $AB = 8$ ، $AC = 15$ و $BC = 17$

نهایی خرداد ۱۴۰۳

۱- در مثلث ABC ، $BC = 10\text{ cm}$ ، $\hat{A} = 30^\circ$ ، مقدار شعاع دایره محیطی کدام است؟

الف) ۱۰ (ب) ۱۵ (پ) ۲۰ (ت) ۲۵

۲- در مثلث ABC که $\hat{A} < 90^\circ$ ثابت کنید : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$

۳- مساحت مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a را به کمک دستور هرون به دست آورید.

۴- در مثلث ABC ، $AB = 7$ ، $AC = 4$ و $BC = 10$ است. طول نیمساز زاویه داخلی C را به دست آورید.

۵- در مثلث ABC ، $AB = 4$ ، $AC = 6$ و $BC = 8$ ، نقطه M وسط ضلع BC است. محیط مثلث AMC را به دست آورید.

تدریس درس اول

<https://s۱۶.picofile.com/d/۸۴۲۹۵۴۴۶۰۰/۸۰a۷fcd۴-۵۸۱b-۴۶۰۷-۹b۳۷-۱۳fe۸۵ed۵۱c۴/hendeseh۲f۳d۱۰.mp۴>

تدریس درس دوم

<https://s۳۳.picofile.com/d/۸۴۸۴۶۳۸۸۱۸/۸c۶۶aaed-۸۶cb-۴bd۹-ac۳c-۳۱c۹b۲fc۹cc۳/IMG ۲۰۲۵۰۵۲۳ ۱۵۰۹۰۷ ۷۸۰۰.mp۴>

تدریس درس سوم

<https://s۳۳.picofile.com/d/۸۴۸۴۶۳۸۸۳۴/a۰eac۱b-dad۹-۴ea۱-a۸۳۰-۱۵۷d۲a۲۸۰ed۷/IMG ۲۰۲۵۰۵۲۳ ۱۵۰۹۱۱ ۱۳۸۰.mp۴>

تدریس درس چهارم

<https://s۳۳.picofile.com/d/۰۱۴/۸۴۸۴۶۳۸۸۴۲c۳۹۰e-f۰۴۱-۴۷۰a-ad۰d-۸۶۴۸۰c۹c۶۰۵۶/IMG ۲۰۲۵۰۵۲۳ ۱۵۰۹۱۵ ۱۷۸۰.mp۴>