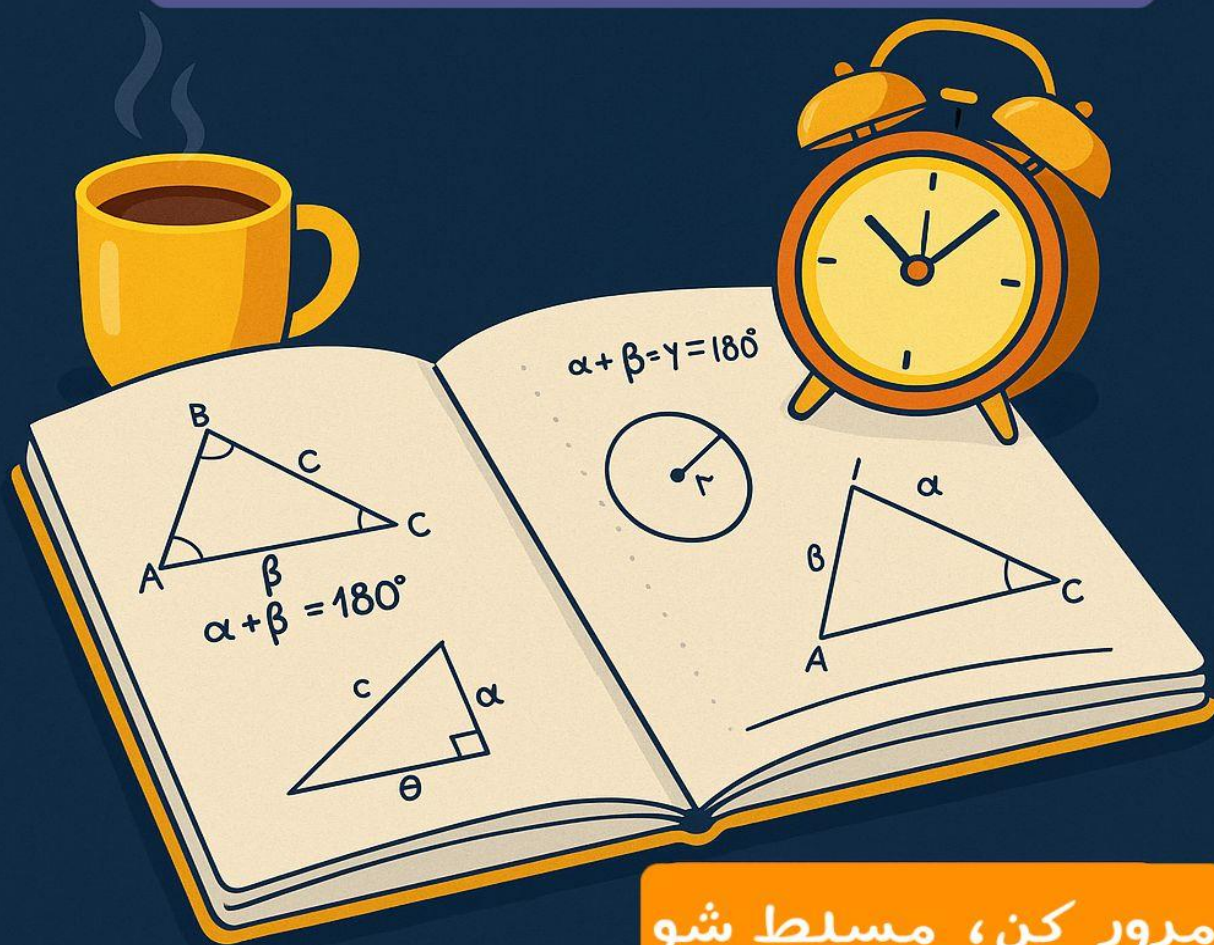


فول مارک هندسه یازدهم

نمره کامل در شب امتحان هندسه ۲



مدور کن، مسلط شو
بیست بگیر

رحیمه قربانیان
عضو گروه ریاضی استان آذربایجان شرقی
دبیر ریاضی دبیرستان باقر العلوم ناحیه یک تبریز

به نام خدا

این فایل بر اساس محتوای کتاب هندسه ۲ سال یازدهم و با هدف مرور آخر در شب امتحان تهیه شده است.

ساختار کتاب بر اساس سه محور اساسی فعالیت، کاردرکلاس و تمرین قرار گرفته است. از این میان «فعالیت ها» موقعیت هایی برای یادگیری و ارائه مفاهیم جدید ریاضی فراهم می کنند.

اما در امتحان، سوالات به صورت انتزاعی مطرح می شوند و گاهی برای دانش آموزان تشخیص سوال سخت می شود. لذا این فایل برای کمک به دانش آموزان تهیه شد و پیشنهاد می شود از این فایل مشابه سوال امتحانی استفاده گردد. در شب امتحان مثل جلسه امتحان کتاب را بسته و از سوالات فایل به عنوان برگه امتحانی استفاده کنید و شروع به نوشتن جواب کنید. بعد از هر صفحه می توانید نوشته های خود را با کتاب مقابله کنید و اشکالات خود را متوجه بشوید و به همین ترتیب ادامه دهید.

همچنین در صفحه آخر فایل لینک تدریس خط به خط هندسه ۲ آورده شده است.

ان شا الله با برنامه ریزی و مطالعه دقیق نمره بیست را در امتحانات نهایی کسب کنید.

فهرست

فصل دوم: تبدیل های هندسی و کاربردها

اهداف	۳
درسنامه	۴
درس اول: تبدیل های هندسی	۱۱
درس دوم: کاربرد تبدیل ها	۲۸
لینک های تدریس	۳۲

بسم الله الرحمن الرحيم

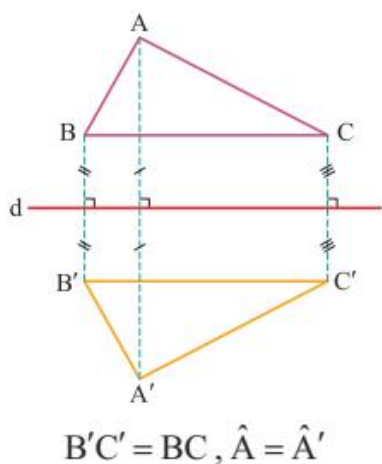
فصل ۲

تبدیل های هندسی و کاربردها

فصل ۲: تبدیل‌های هندسی و کاربردها (۶ نمره)

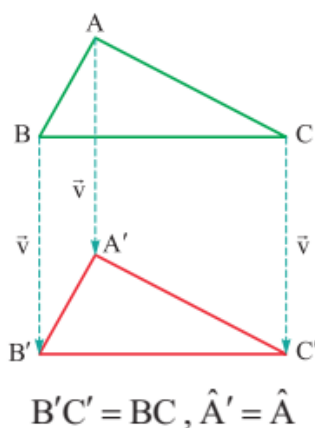
اهداف کلی	محتوا	اهداف جزئی	سطوح شناختی مورد انتظار				ملاحظات
			پایه‌ای	درک و فهم	کاربرد	تجزیه و تحلیل	
تبدیل‌های هندسی	درس ۱	۱- تعریف تبدیل هندسی را بدانند. ۲- تعریف نقطه ثابت تبدیل را بدانند. ۳- مفهوم بازتاب نسبت به خط را بدانند و بتواند بازتاب یک شکل را نسبت به خط پیدا کنند. ۴- تعریف و ویژگی‌های تعریف تبدیل طولی را بدانند. ۵- بدانند تبدیل طولی اندازه هر زاویه را حفظ می‌کند و بتواند آن را اثبات کنند. ۶- تعریف بازتاب را بدانند و بتواند ثابت کند بازتاب طولی‌است. ۷- حالت‌هایی که بازتاب شیب خط را حفظ می‌کند را بدانند و بتواند مثال بزنند و حالتی که حفظ نمی‌کند را بدانند و بتواند مثال بزنند. ۸- تعریف انتقال و ویژگی‌های آن را بدانند. ۹- بتواند ثابت کند انتقال شیب خط را حفظ می‌کند و طولی‌است. ۱۰- بتواند انتقال یافته شکل را با بردار دلخواه بدست آورد. ۱۱- تعریف دوران و ویژگی‌های آن را بدانند. ۱۲- بتواند ثابت کند دوران طولی‌است. ۱۳- بتواند دوران یافته یک شکل را با زاویه دلخواه و مرکز دوران داده شده پیدا کنند. ۱۴- تعریف تجانس و ویژگی‌های تجانس را بدانند. ۱۵- بتواند ثابت کند تجانس شیب خط و اندازه زاویه را حفظ می‌کند. ۱۶- تعریف تجانس مستقیم و معکوس را بدانند.	●	●	●	●	۱- اثبات‌های مربوط به تبدیل هندسی باید در حد موارد موجود در کتاب درسی باشند. ۲- نباید پیرامون بازتاب مرکزی سؤال طراحی شود. ۳- استفاده از ضابطه تبدیل جزء اهداف کتاب نیست.
تبدیل‌ها	درس ۲	۱- با استفاده از بازتاب، بتواند مساحت یک شکل را افزایش داده، آن مساحت را حساب کنند. ۲- بتواند مسایل مربوط به پیدا کردن کوتاهترین مسیر، که با بازتاب حل می‌شود، را حل کند و طول کوتاهترین مسیر را محاسبه کند.	●	●	●	●	۱- سؤالات کاربردی طراحی شده شبیه مسایل کتاب باشند.

بازتاب

ویژگی‌های بازتاب نسبت به خط d 

۱	ایزومتري است و طول پاره‌خط ثابت می‌ماند.
۲	لزوماً شیب خط را حفظ نمی‌کند (مگر بر d عمود یا موازی d باشد).
۳	اندازه زاویه‌ها ثابت می‌ماند.
۴	شکل و تصویر آن همنهشت هستند.
۵	جهت شکل را حفظ نمی‌کند.
۶	بی‌نهایت نقطه ثابت تبدیل دارد.
۷	محور بازتاب دو خط متقابل، نیمساز زوایای بین آن‌هاست.
۸	محور بازتاب دو خط موازی، خطی است موازی با آن‌ها و مابین دو خط.

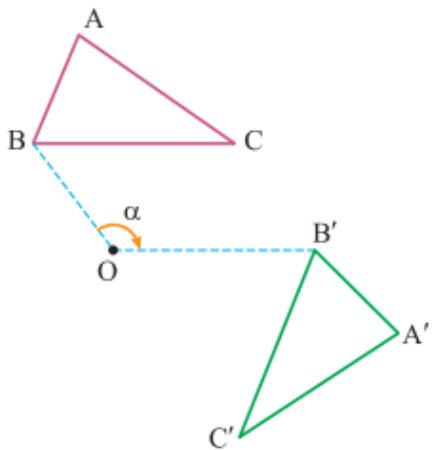
انتقال

ویژگی‌های انتقال توسط بردار $\vec{V}$ 

۱	ایزومتري است و طول پاره‌خط ثابت می‌ماند.
۲	شیب خط را حفظ می‌کند.
۳	اندازه زاویه‌ها ثابت می‌ماند.
۴	شکل و تصویر آن همنهشت هستند.
۵	جهت شکل را حفظ می‌کند.
۶	نقطه ثابت ندارد.
۷	بردار انتقالی وجود ندارد که دو خط متقاطع را به یکدیگر تبدیل کند.
۸	بی‌شمار بردار انتقال وجود دارد که دو خط موازی را به یکدیگر تبدیل کند.

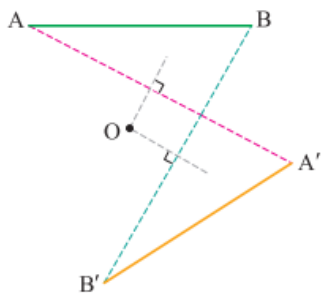
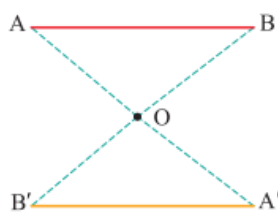
دوران

ویژگی‌های دوران نسبت به نقطه ثابت O و زاویه α

 $B'C' = BC, \hat{A} = \hat{A}'$	۱	ایزومتري است و طول پاره‌خط ثابت می‌ماند.
	۲	دوران الزاماً شیب خط را حفظ نمی‌کند، مگر $\alpha = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
	۳	اندازه زاویه‌ها ثابت می‌ماند.
	۴	شکل و تصویر آن همنهشت هستند.
	۵	جهت شکل را حفظ نمی‌کند.
	۶	نقطه ثابت تبدیل دارد. (نقطه O)

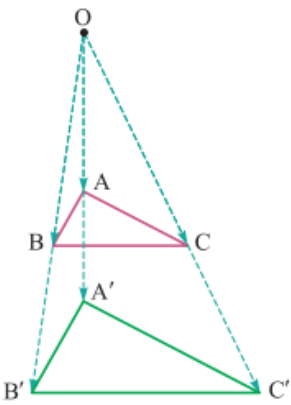
نکته

هر دو پاره‌خط با اندازه‌های برابر می‌توانند با دوران به یکدیگر تبدیل شوند:

مقاطع و برابر	موازی و برابر
	
مرکز دوران محل برخورد عمود منصف‌های AA' و BB' است و زاویه دوران α یا $180^\circ - \alpha$ است.	مرکز دوران محل برخورد AA' و BB' و زاویه دوران $(2k+1)\pi$ است.

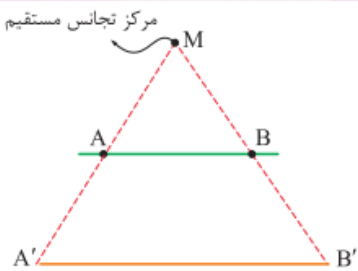
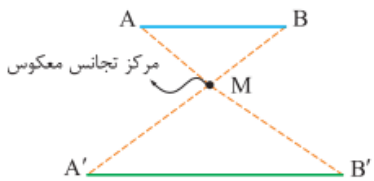
تجانس

ویژگی‌های تجانس نسبت به نقطه ثابت O و ضریب k

 $B'C' = k.BC$, $S_{\triangle A'B'C'} = k^2.S_{\triangle ABC}$ $\hat{A}' = \hat{A}$	۱	ایزومتري نیست، مگر در حالتی که $ k = 1$.
	۲	شیب خط را حفظ می‌کند.
	۳	اندازه زاویه‌ها ثابت می‌ماند.
	۴	تجانس هر شکل، شکلی متشابه با آن به نسبت تشابه $ k $ و نسبت مساحت k^2 است.
	۵	جهت شکل را حفظ می‌کند.
	۶	نقطه ثابت تبدیل دارد. (نقطه O)
	۷	اگر $k > 0$ باشد، تجانس را مستقیم و اگر $k < 0$ باشد، تجانس را معکوس می‌نامند.
	۸	اگر $ k > 1$ تجانس را انبساطی و اگر $ k < 1$ تجانس را انقباضی می‌نامند.
	۹	در تجانس مستقیم، شکل و تصویر آن در یک طرف نقطه O قرار می‌گیرند. در تجانس معکوس، شکل و تصویر آن در دو طرف نقطه O قرار می‌گیرند.

نکته

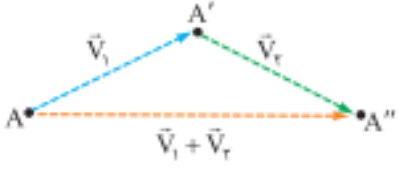
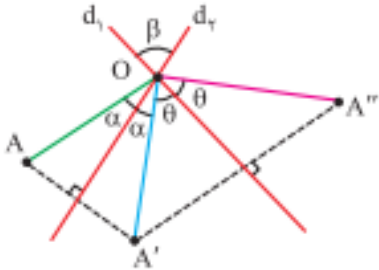
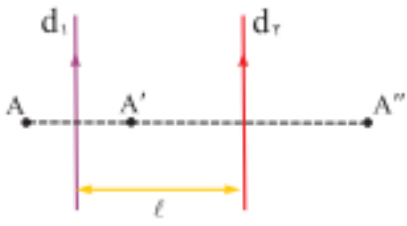
۱ هر دو پاره‌خط موازی را می‌توان متجانس همدیگر در نظر گرفت، تحت تجانس معکوس و مستقیم:

تجانس مستقیم	تجانس معکوس
	
$k = \frac{A'B'}{AB}$	$k = \frac{-A'B'}{AB}$

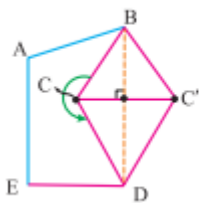
۲ دو دایره در وضعیت‌های مختلف متجانس یکدیگرند، تحت تجانس مستقیم و معکوس:

حالت‌های دو دایره	رسم شکل
دو دایره متخارج	
دو دایره مماس خارج	
دو دایره متقاطع	
دو دایره مماس داخل	
دو دایره متداخل	
در همه حالت‌ها، نسبت تجانس برابر است با: $k = \frac{R'}{R}$	

ترکیب تبدیل‌ها

	ترکیب دو انتقال با بردارهای $\vec{V}_1$ و $\vec{V}_2$ انتقالی است با بردار $\vec{V}_1 + \vec{V}_2$	۱
 $\angle AOA'' = 2\beta = 2(\alpha + \theta)$	ترکیب دو بازتاب با محورهای متقاطع (d_1, d_2) دورانی است به مرکز تلاقی دو محور و زاویه بین آن‌ها	۲
 $\overline{AA''} = 2\ell$	ترکیب دو بازتاب با محورهای موازی (d_1, d_2) انتقالی است با بردار دو برابر فاصله دو محور بازتاب	۳

کاربرد تبدیل‌ها: مسائل هم‌پیرامونی و کوتاه‌ترین مسیر

رسم شکل	توضیحات	مسئله	ردیف
	شکل را با برش‌هایی به شکل‌های معروف دایره، مستطیل و... تبدیل می‌کنیم. سپس شکل‌های حاصل را روی محور بازتاب آن برش می‌زنیم.	تقسیم یک شکل به دو قطعه یکسان	۱
	سراغ زاویه‌های بیش از 180° در شکل می‌رویم و آن‌ها را بازتاب می‌دهیم. $ABCDE \rightarrow ABC'DE$ (بدون تغییر محیط، مساحت شکل افزایش می‌یابد.)	هم‌محیطی	۲

ردیف	مسئله	توضیحات	رسم شکل
۳	کوتاه‌ترین مسیر	نقطه A را نسبت به خط d بازتاب می‌دهیم تا A' حاصل شود. از A' به B می‌رویم تا نقطه M حاصل شود. مسیر AMB کوتاه‌ترین مسیر است.	
۴	کوتاه‌ترین مسیر (حرکت افقی)	نقطه B را با بردار $\overrightarrow{NM}$ انتقال می‌دهیم تا B' حاصل شود و تصویر A را نسبت به d ، A' می‌نامیم. از A' به B' وصل می‌کنیم تا M حاصل شود. مسیر $AMNB$ کوتاه‌ترین مسیر است.	
۵	کوتاه‌ترین مسیر (حرکت عمودی)	نقطه B را به اندازه ℓ انتقال می‌دهیم تا B' حاصل شود. از B' به A وصل می‌کنیم تا M به دست آید. مسیر $AMNB$ کوتاه‌ترین مسیر است.	
۶	کوتاه‌ترین مسیر	بازتاب A و B را نسبت به d_1 و d_2 به ترتیب A' به B' می‌نامیم. از A' به B' وصل می‌کنیم تا نقاط M و N به دست آید. مسیر $AMNB$ کوتاه‌ترین مسیر است.	

فصل دوم: تبدیل های هندسی و کاربردها

درس اول: تبدیل های هندسی

جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید تا گزاره ای درست حاصل گردد.
تبدیل های مطرح شده در کتاب هندسه ۲ می توانند یا شکل را تغییر دهد.
تبدیل یافته یک شکل را، آن می نامند.

الف) تبدیل را تعریف کنید.

ب) چه تبدیلی را ایزومتري می نامند؟ تبدیلی را نام ببرید که ایزومتري باشد.

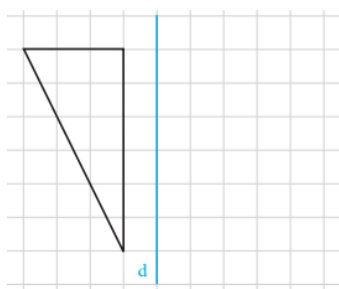
پ) تبدیل طولیا را تعریف کنید.

ت) نقطه ثابت تبدیل را تعریف کنید.

نشان دهید در هر تبدیل طولیا، تبدیل یافته هر زاویه، زاویه ای هم اندازه آن است.

الف) برای پیدا کردن تبدیل یافته یک خط چه کار باید بکنیم؟

ب) برای پیدا کردن تبدیل یافته یک دایره چه کار باید بکنیم؟



الف) بازتاب شکل روبه رو را نسبت به خط d رسم کنید.

توضیح دهید که چگونه این کار را انجام می دهید.

در این حالت خط d نسبت به پاره خطی که هر نقطه را به تصویرش نظیر می کند، چه وضعیتی دارد؟

خط d چه نام دارد؟

ب) آیا این تبدیل، موقعیت شکل اولیه را تغییر می دهد؟

اندازه ها را چطور؟

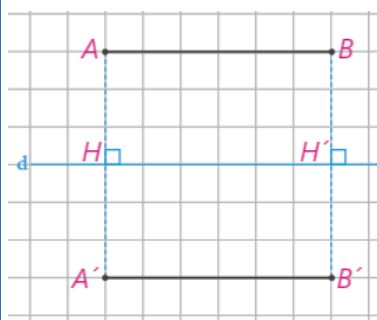
پ) آیا در این تبدیل، شیب هر پاره خط با شیب پاره خط متناظر در تصویر آن برابر است؟

ت) آیا حالتی وجود دارد که بازتاب، شیب خط را حفظ کند؟

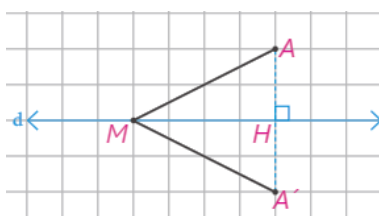
ث) اگر نقطه ای روی خط بازتاب باشد، تصویر آن در کجا تشکیل می شود؟

نشان دهید بازتاب طولپاست.

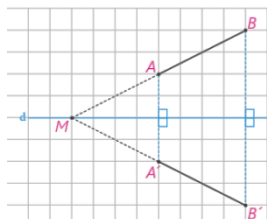
الف) AB با خط d موازی است:



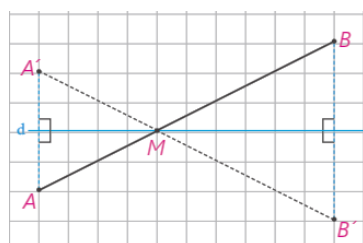
ب) اگر هر دو نقطه ابتدا و انتهای پاره خط داده شده روی خط بازتاب باشد:



پ) فقط یکی از نقاط انتهایی پاره خط داده شده روی خط بازتاب باشد:



ت) پاره خط AB با خط بازتاب d نه موازی و نه متقاطع باشد:



ث) پاره خط AB خط بازتاب را در نقطه ای مثل M قطع کند:

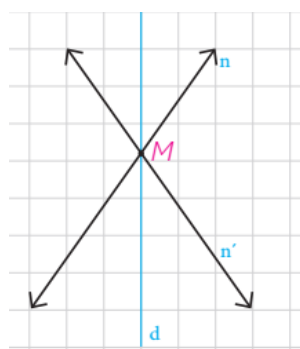
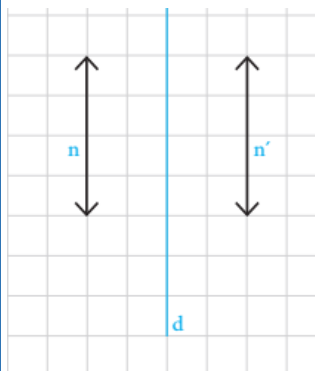
ج) در حالتی که پاره خط AB در راستای عمود بر خط بازتاب قرار دارد:

آیا بازتاب شیب خط را حفظ می کند؟

الف) وقتی خط داده شده با خط بازتاب موازی باشد:

ب) اگر خط n بر خط بازتاب عمود باشد:

پ) اگر خط n با خط بازتاب نه عمود و نه موازی باشد:



سه ویژگی بازتاب نسبت به یک خط را بنویسید:

چرا هر چندضلعی و تصویر آن تحت تاثیر یک طولیا با هم همنهشت هستند؟

جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید:

الف) وقتی A' بازتاب A نسبت به خط d است، بازتاب A' نسبت به خط d کدام نقطه است؟ چرا؟

ب) قرینه قرینه هر نقطه چیست؟

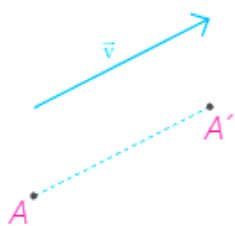
در واقع: $S(S(A)) = S(\quad) = \dots$ و به زبان ساده تر $(A')' = \dots$

پ) در هر بازتاب تبدیل یافته یک مثلث، یک است که با مثلث اولیه است.

ت) در حالتی که پاره خط AB نسبت به خط بازتاب باشد، بازتاب شیب خط را حفظ میکند.

ث) در هر بازتاب نسبت به خط d تبدیل یافته تمام نقاط روی خط، است؛ بنابراین تعداد نقاط ثابت تبدیل در هر بازتاب است.

انتقال T تحت بردار $\vec{v}$ ، تبدیلی از صفحه است که در آن، تصویر هر نقطه A از صفحه P ، نقطه ای مانند A' در همان صفحه است که



الف) تصویر شکل روبه رو را تحت انتقال با بردار $\vec{v}$ رسم کنید.

در این حالت پاره خط هایی که هر نقطه را به تصویرش نظیر می کنند،

نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟

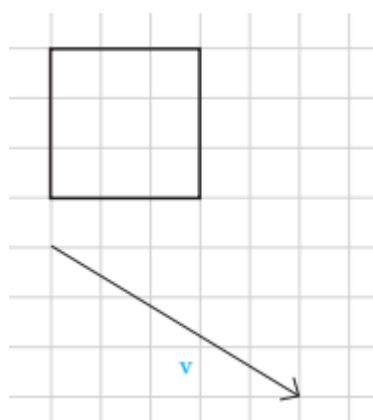
ب) آیا این تبدیل، موقعیت شکل اولیه را حفظ می کند؟

اندازه ها را چگونه؟

پ) آیا در این تبدیل، شیب هر پاره خط با شیب پاره خط متناظر در تصویر آن برابر

است؟

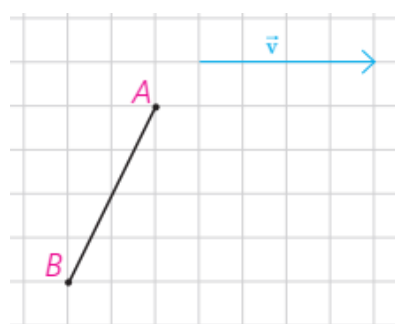
ت) آیا با انجام این تبدیل اندازه زاویه ها ثابت می ماند؟

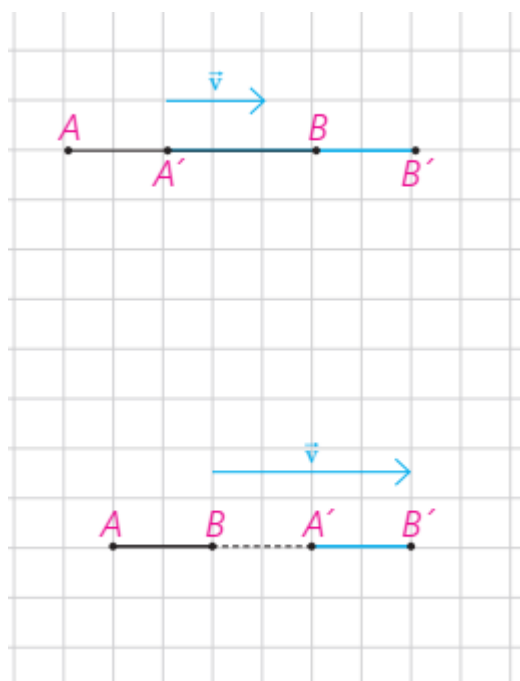


نشان دهید انتقال، تبدیل طولیاست.

یا به عبارتی در هر انتقال، اندازه هر پاره خط و اندازه تصویر آن با هم برابرند.

الف) اگر پاره خط دلخواه AB با بردار $\vec{v}$ موازی نباشد:

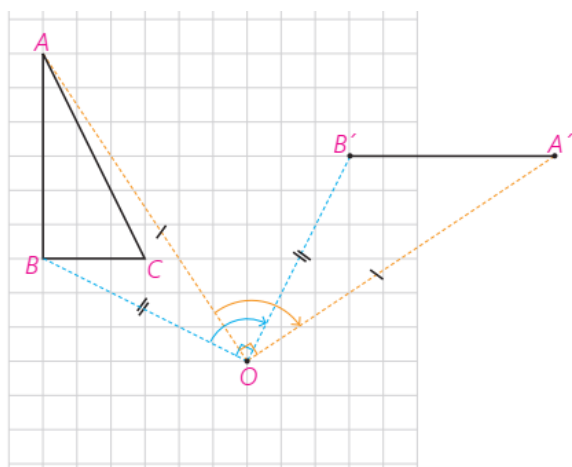




ب) اگر پاره خط دلخواه AB با بردار $\vec{v}$ موازی باشد:

نشان دهید انتقال، شیب خط را هم حفظ میکند.

تعریف: دوران R به مرکز نقطه ثابت O و زاویه α ، تبدیلی از صفحه است که در آن اگر A' تصویر نقطه A باشد، داریم
..... و



می خواهیم مثلث ABC را حول مرکز O ، 90° درجه در جهت حرکت عقربه های ساعت دوران دهیم؛ به ترتیبی که گفته شد نقاط A و B را دوران داده ایم.

الف) به همین ترتیب تصویر نقطه C را پیدا و شکل را کامل کنید.

ب) آیا این تبدیل، موقعیت شکل اولیه را حفظ می کند؟

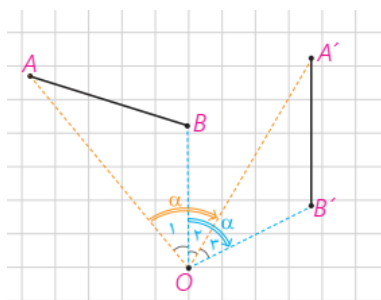
اندازه ها را چطور؟

پ) آیا در این تبدیل، همواره شیب پاره خط اولیه با شیب پاره خط

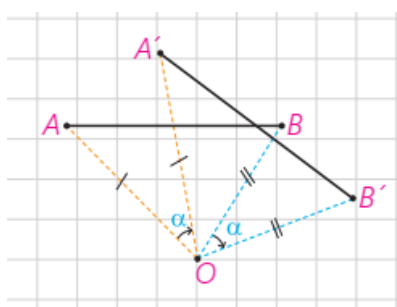
تصویر آن برابر است؟

ت) آیا می توانید زاویه دوران را طوری تعیین کنید که دوران تحت

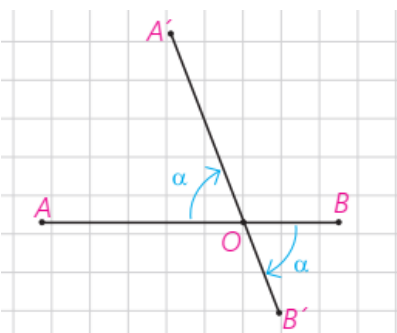
آن، شیب خط را حفظ کند؟



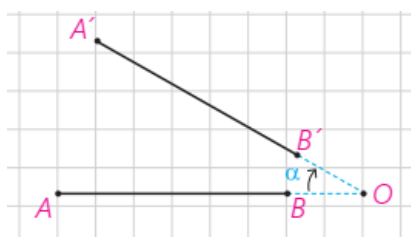
الف) مرکز دوران O بر پاره خط AB و امتداد آن واقع نباشد و زاویه دوران از زاویه $\angle AOB$ بیشتر باشد:



ب) مرکز دوران O بر پاره خط AB واقع نباشد ولی زاویه دوران از زاویه $\angle AOB$ کمتر باشد:



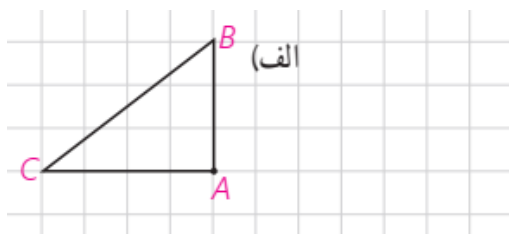
پ) اگر نقطه O روی پاره خط AB باشد:



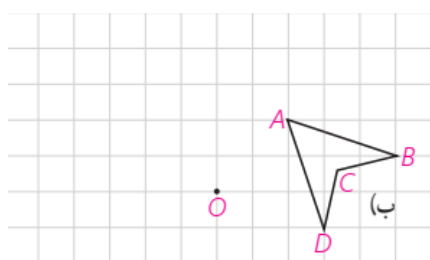
ت) اگر نقطه O روی امتداد پاره خط AB باشد:

دوران یافته هر شکل را رسم کنید.

الف) دوران به مرکز A و با زاویه 90° در جهت حرکت عقربه های ساعت

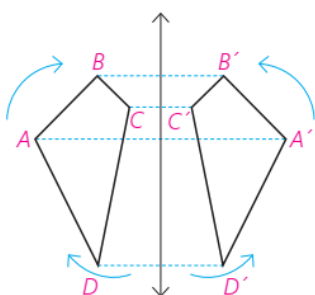


ب) دوران به مرکز O و با زاویه 120° در جهت خلاف حرکت عقربه های ساعت



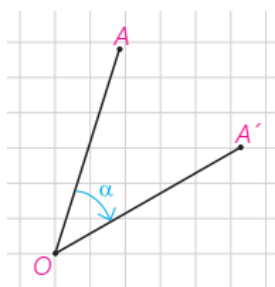
در حالتی که پاره خط AB در راستای عمود بر خط بازتاب قرار دارد، ثابت کنید که اگر $A'B'$ بازتاب AB باشد، و $A'B'$ هم اندازه اند.

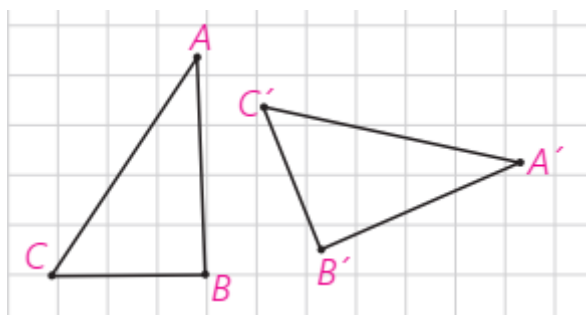
در شکل زیر چهار ضلعی $A'B'C'D'$ تصویر چهارضلعی محدب $ABCD$ تحت بازتاب است. آیا می توان گفت بازتاب، جهت شکل را حفظ می کند؟ چرا؟



۳- به سؤالات زیر پاسخ دهید.

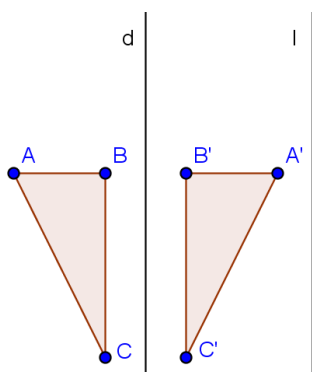
الف) در شکل مقابل نقطه A' دوران یافته نقطه A در دوران به مرکز O و زاویه α است. نشان دهید عمود منصف AA' از نقطه O می گذرد.



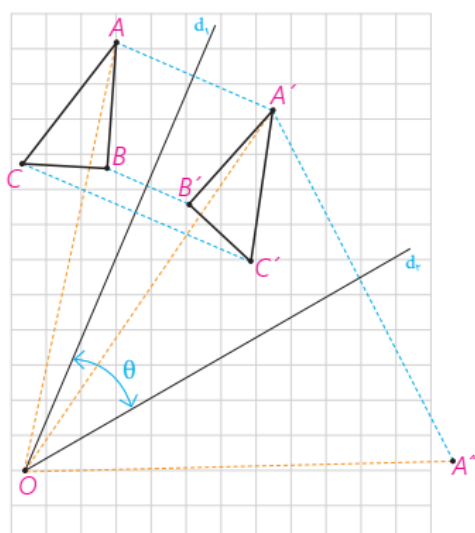


ب) اگر بدانیم مثلث $\Delta A'B'C'$ دوران یافته مثلث ΔABC است، چگونه می توان مرکز دوران را مشخص کرد؟ (خرداد ۴۰۳)

در شکل، d به موازات l و به فاصله m از آن قرار دارد و مثلث $A'B'C'$ بازتاب مثلث ABC نسبت به خط d است. بازتاب مثلث $A'B'C'$ را نسبت به خط l رسم کنید و آن را $A''B''C''$ بنامید. الف) نشان دهید $AA'' = 2m$



ب) اندازه BB'' و CC'' چقدر است؟
پ) با چه تبدیلی می توان مثلث $A''B''C''$ را تصویر مثلث ABC دانست؟
چه نتیجه ای می گیرید؟



در شکل، دو خط d_1 و d_2 با زاویه θ یکدیگر را قطع کرده اند. مثلث $A'B'C'$ بازتاب مثلث ABC نسبت به خط d_1 است. بازتاب مثلث $A'B'C'$ را نسبت به خط d_2 رسم کنید و آن را $A''B''C''$ بنامید. الف) نشان دهید: $\angle AOA'' = 2\theta$

ب) اندازه $\angle COC''$ و $\angle BOB''$ چقدر است؟
با چه تبدیلی می توان مثلث $A''B''C''$ را تصویر مثلث ABC دانست؟
چه نتیجه ای می گیرید؟

نقطه A به فاصله $2\sqrt{6}$ از خط d قرار دارد. تصویر نقطه A را تحت بازتاب نسبت به خط d ، نقطه A' می نامیم. نقطه A را حول نقطه A' به اندازه 120° درجه دوران می دهیم تا نقطه A'' حاصل شود. طول پاره خط AA'' را محاسبه کنید.

نقطه A' تصویر نقطه A در بازتاب نسبت به خط L است. اگر $AA' = 16$ و نقطه O روی خط L و $OA = 10$ باشد، فاصله نقطه A از خط OA' چقدر است؟

اگر O نقطه ای ثابت در صفحه و $k \neq 0$ یک عدد حقیقی باشد، نقطه M' را مجانس نقطه M در تجانس به مرکز O و نسبت تجانس k گوییم؛ هرگاه سه شرط زیر برقرار باشد:

(الف)

(ب)

(پ) }

هرگاه بخواهیم در تجانس به مرکز O و نسبت k تصویر نقطه ای مثل M را پیدا کنیم، چه کاری باید انجام دهیم؟

در تجانس به مرکز O و نسبت k ، نقطه M' مجانس نقطه M به نسبت k و نقطه M مجانس نقطه M' با نسبت $\frac{1}{k}$ است؛ چرا؟

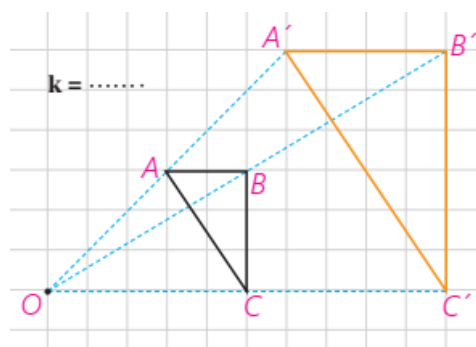
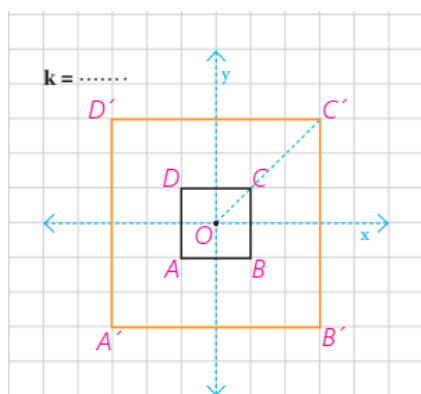
الف) به کمک صفحه شطرنجی در هر شکل نسبت تجانس را مشخص کنید.

ب) آیا تجانس طولی است؟ چرا؟

پ) در این شکل ها، طول هر پاره خط را با طول تصویر آن مقایسه کنید.

به چه نتیجه ای می توان رسید؟

ت) مساحت هر شکل را با مساحت تصویر آن مقایسه کنید. چه نسبتی با هم دارند؟



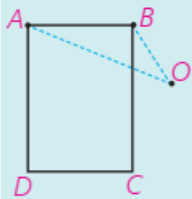
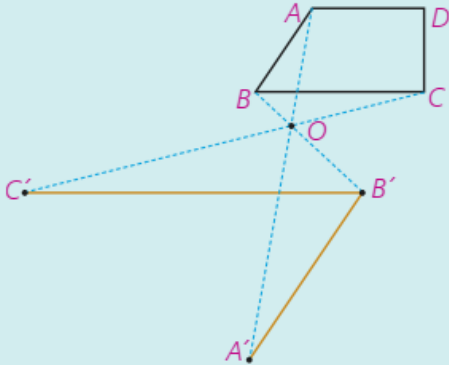
الف) در هر حالت مراحل باقیمانده را کامل کنید.

k		$0 < k < 1$	$-1 < k < 0$
مثال	$k = \frac{1}{3}$	$k = \frac{1}{3}$	$k = -\frac{1}{3}$

ب) با توجه به تصاویر قسمت قبل به طور شهودی، درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید:

طولپاست	اندازه زاویه حفظ می شود.	شیب خط حفظ می شود.	جهت شکل حفظ می شود.	مساحت شکل حفظ می شود.
$\times$				
$k > 1$				
$k = 1$				
$0 < k < 1$				
$-1 < k < 0$		✓		
$k = -1$				
$k < -1$				

تجانس

k	$k = -1$	$k < -1$
مثال		
		

پ) شرط اینکه تجانس طولپا باشد، این است که

ت) خطوطی که هر نقطه را به تصویر آن نظیر می کند، یعنی خطوط AA' و BB' ... نسبت به هم چه وضعی دارند؟

ث) اگر $\Delta A'B'C'$ مجانس ΔABC باشد، مرکز تجانس را چگونه می توان پیدا کرد؟

در تجانس به مرکز O و نسبت k :

اگر $k > 0$ تجانس را، تجانس می نامیم.

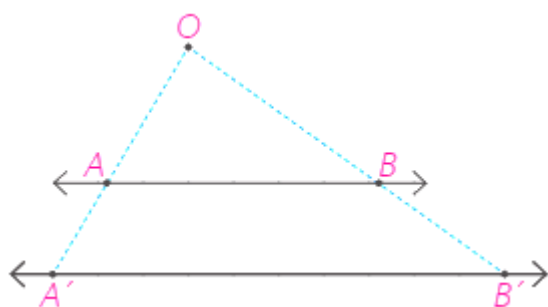
اگر $k < 0$ تجانس را تجانس می نامیم.

اگر $|k| < 1$ تصویر شکل می شود و آن را انقباض می نامیم.

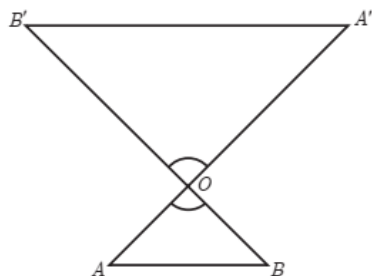
اگر تصویر شکل، بزرگتر می شود و آن را انبساط می نامیم.

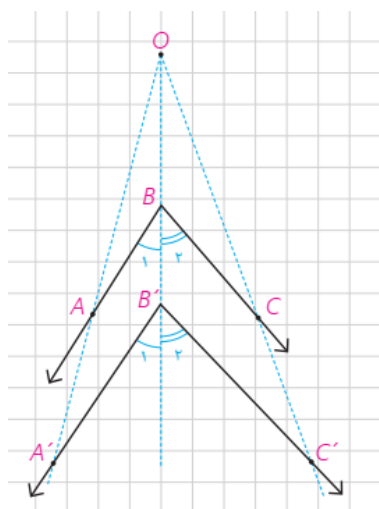
قضیه: تجانس، شیب خط را حفظ می کند.
الف) نقطه O روی خط AB است.

ب) در تجانس به مرکز O ، نسبت $k > 0$ و نقطه O غیرواقع بر خط AB است.



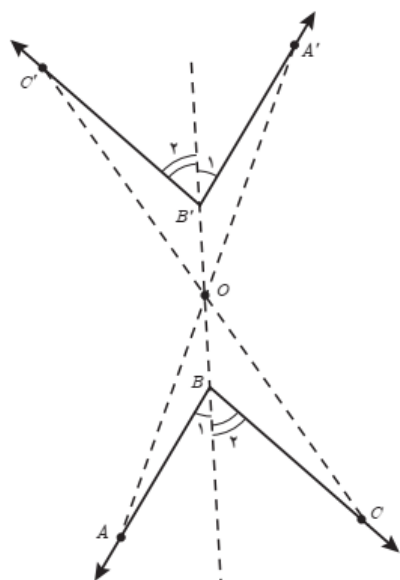
پ) در تجانس به مرکز O ، نسبت $k < 0$ و نقطه O غیرواقع بر خط AB است.





قضیه: تجانس، اندازه زاویه را حفظ می کند.
الف) در تجانس به مرکز O و نسبت $k > 0$

ب) در تجانس به مرکز O و نسبت $k < 0$



الف) فرض کنید پاره خط $A'B'$ مجانس پاره خط AB در تجانس به مرکز O و نسبت k باشد؛ نشان دهید:

$$\frac{A'B'}{AB} = |k|$$

ب) اگر n ضلعی $A'_1A'_2 \dots A'_n$ مجانس n ضلعی $A_1A_2 \dots A_n$ باشد، نشان دهید این دو n ضلعی با هم متشابه اند.

با توجه به ویژگیهای تجانس و به کمک مثال نقض نشان دهید دو شکل متشابه، الزاماً متجانس نیستند.

اگر نقطه ای روی خط بازتاب باشد، تصویر آن می شود.
تبدیلی که هر نقطه صفحه را به خود آن نقطه نظیر می کند، می نامیم.
تبدیل I را تبدیل همانی گوئیم، هر گاه به ازای هر نقطه از صفحه داشته باشیم $I(A) = \dots$

الف) آیا بازتاب، تبدیل همانی است؟

ب) در چه شرایطی انتقال، دوران و تجانس، می توانند تبدیل همانی باشند؟

پ) آیا تبدیل همانی طولپاست؟

ت) توضیح دهید که در هر یک از تبدیل های زیر، آیا می توان نقاط ثابت تبدیل داشت؟

۱- انتقال غیرهمانی:

۲- دوران غیرهمانی:

۳- تجانس غیرهمانی

درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.

الف) تجانس معکوس جهت شکل را عوض می کند.

ب) انتقال مساحت شکل را حفظ می کند.

پ) مرکز دوران نقطه ثابت دوران غیرهمانی است.

ت) بازتاب جهت شکل را حفظ می کند.

جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) شرط اینکه تجانس طولپا باشد، این است که

ب) خطوطی که هر نقطه را به مجانس آن تصویر می کنند،

پ) اگر $k < 0$ تجانس را می نامیم.

ت) اگر تصویر شکل، بزرگتر می شود و آن را انبساط می نامیم.

پاسخ کوتاه دهید.

الف) در چه شرایطی تجانس تبدیل همانی است؟

ب) مساحت هر شکل با مساحت مجانس آن چه رابطه ای دارند؟

پ) آیا در تجانس مستقیم جهت شکل حفظ می شود؟

درستی یا نادرستی هر عبارت را داخل جدول مشخص کنید.

طول پاره خط را حفظ می کند.	اندازه زاویه را حفظ می کند.	شیب خط را حفظ می کند.	جهت شکل را حفظ می کند.	مساحت شکل را حفظ می کند.	
					بازتاب
					انتقال
					دوران
					تجانس

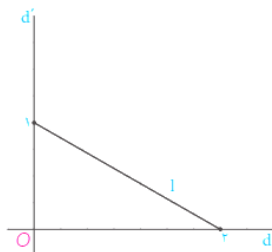
دایره $C(O, R)$ و نقطه M خارج این دایره مفروض است. مجانس این دایره را نسبت به نقطه M در هر حالت رسم کنید.
الف) $k = 2$

ب) $k = -2$

پ) $k = \frac{1}{2}$

یک مربع را در تجانسی با نسبت تجانس $\frac{2}{3}$ و به مرکز محلی تلاقی قطرها تصویر کرده ایم. اگر مساحت بین مربع و تصویرش ۵ باشد، محیط مربع اولیه را محاسبه کنید.

در شکل روبه رو اگر خط l را در تجانس به مرکز O و نسبت تجانس $\frac{y}{x}$ تصویر کنیم و آن را l' بنامیم، مساحت بین خط l و l' و خطوط d و d' چقدر است؟



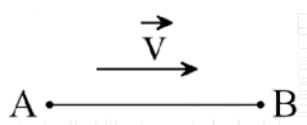
خرداد ۴۰۳ نهایی

۱- برای هر کدام از عبارات گروه A تبدیل مناسب را از گروه B انتخاب کنید. (یک مورد از گروه B اضافی است.)

گروه B
دوران
همانی
بازتاب
انتقال

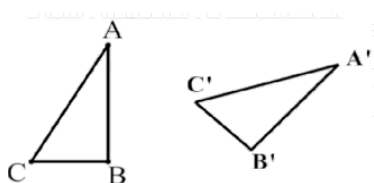
گروه A
الف) تبدیلی که جهت شکل را حفظ نمی کند.
ب) تبدیلی که نتیجه دو بازتاب متوالی با محورهای متقاطع است.
پ) تبدیلی که هر نقطه صفحه را به خود آن نقطه نظیر می کند.

۲- با توجه به شکل زیر نشان دهید در تبدیل انتقال، اندازه هر پاره خط و اندازه تصویر آن با هم برابرند.

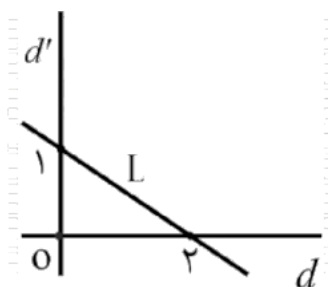


($AB \parallel \vec{V}$ و اندازه $\vec{V}$ از اندازه پاره خط AB کوچک تر است.)

۳- اگر بدانیم مثلث $\Delta A'B'C'$ دوران یافته مثلث ΔABC است، چگونه می توان مرکز دوران را مشخص کرد؟

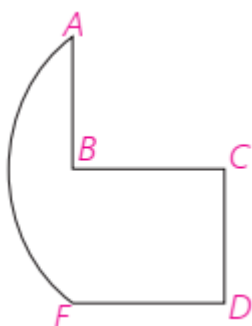


۴- در شکل روبه رو اگر خط l را در تجانس به مرکز O و نسبت تجانس $\frac{7}{4}$ تصویر کنیم و آن را l' بنامیم، مساحت بین خط l و l' و خطوط d و d' چقدر است؟



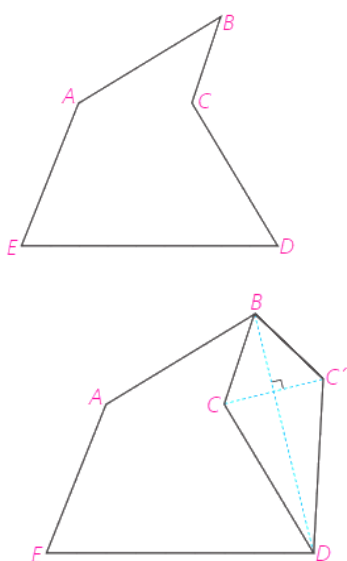
درس دوم: کاربرد تبدیل ها

یکی به شکل زیر را به طور مساوی بین دو نفر تقسیم کنید.
توضیح دهید که بازتاب به حل این مسئله چه کمکی کرده است.



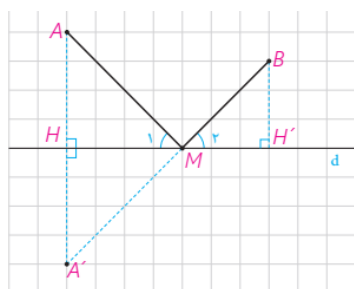
فرض کنید که زمینی به شکل چندضلعی $ABCDE$ داریم که دور آن را حصار کشیده ایم.

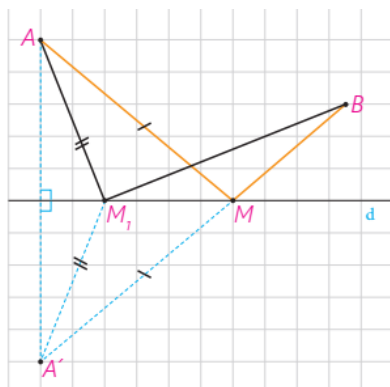
حال می خواهیم با ثابت نگهداشتن محیط و ثابت نگهداشتن تعداد اضلاع چندضلعی، بدون اینکه اندازه حصارکشی تغییر کند، مساحت زمین را افزایش دهیم. به کمک این تصویر توضیح دهید که این عمل را چگونه می توان انجام داد. چرا محیط چندضلعی $ABC'DE$ با محیط چندضلعی یکی است؟



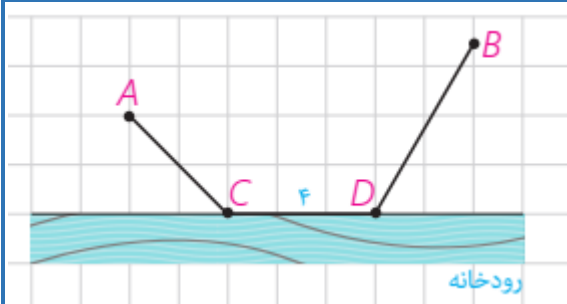
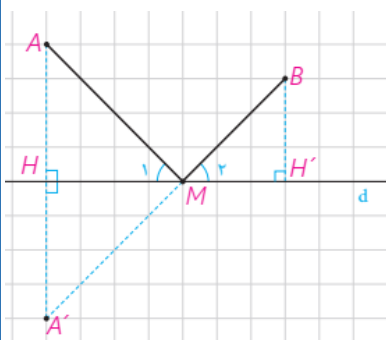
دو نقطه A و B در یک طرف خط d قرار دارند. روی خط d نقطه ای مانند M را چنان اختیار کنید که مجموع فواصل آن از A و B حداقل (می نیمم) باشد.

طریقه رسم مسیر را شرح دهید و مشخص کنید چرا این مسیر، کوتاهترین مسیر ممکن است.

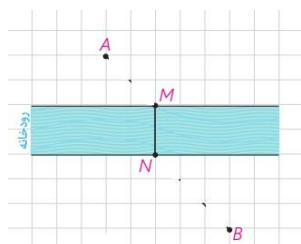




در روش هرون نقطه A' طرف دیگر رودخانه قرار دارد. اگر در عمل به دنبال یافتن کوتاهترین مسیر مورد نظر باشیم و امکان رفتن به طرف دیگر رودخانه نباشد، چگونه نقطه M را می توان پیدا کرد؟

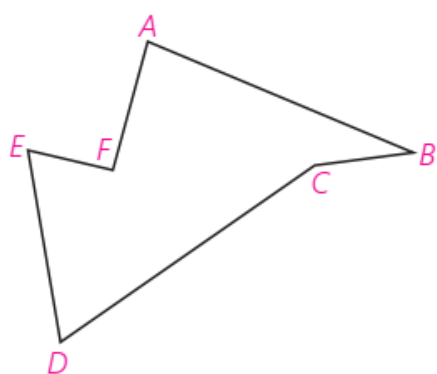
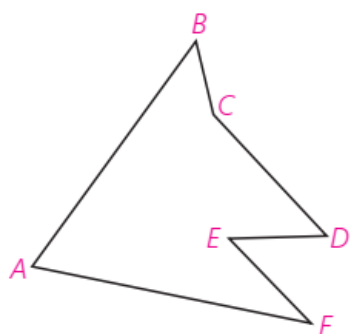


دو شهر A و B مطابق شکل در یک طرف رودخانه ای واقع اند. می خواهیم جاده ای از A به B بسازیم به طوری که ۴ کیلومتر از این جاده در ساحل رودخانه ساخته شود. این ۴ کیلومتر را در چه قسمتی از رودخانه بسازیم تا مسیر $ACDB$ کوتاهترین مسیر ممکن باشد؟
 طریقه رسم مسیر را شرح دهید و مشخص کنید چرا این مسیر، کوتاهترین مسیر ممکن است

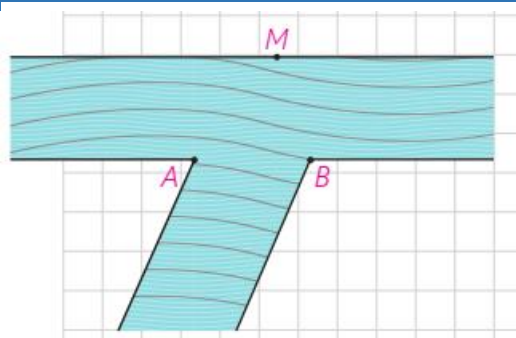


اگر دو شهر A و B دو طرف رودخانه باشند و بخواهیم جاده ای از A به B بسازیم به طوری که پل MN بر راستای رودخانه عمود باشد، محل احداث پل را کجا در نظر بگیریم که مسیر $AMNB$ کوتاهترین مسیر ممکن باشد؟
 طریقه رسم مسیر را شرح دهید و مشخص کنید چرا این مسیر، کوتاهترین مسیر ممکن است.

دور زمین هایی مطابق شکل حصارکشی شده است. چطور می توان بدون کم و زیاد کردن حصارها، مساحت زمین را افزایش داد؟
 (الف)

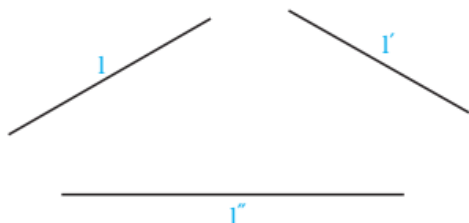


(ب)



می خواهیم کنار رودخانه ها، ۳ اسکله بسازیم. جای ۲ اسکله A و B مطابق شکل مشخص است. اسکله M را در چه نقطه ای از ساحل رودخانه بسازیم که قایق ها هنگام طی مسیر $MABM$ کوتاهترین مسیر را طی کنند؟

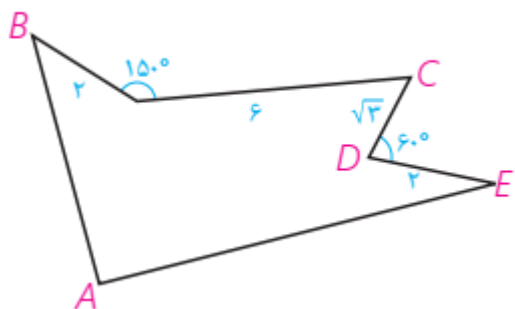
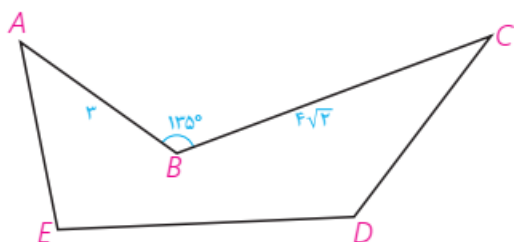
سه خط دو به دو به دو ناموازی l و l' و l'' در صفحه مفروض اند. پاره خطی به طول ۵ سانتیمتر رسم کنید که دو سر آن روی l و l' و موازی l'' باشد.



فرض کنید G محل برخورد میانه های مثلث (ABC) مرکز ثقل آن باشد و مثلث $A'B'C'$ مجانس مثلث ABC در تجانس به مرکز G و نسبت $k = -\frac{1}{3}$ باشد.

الف) جایگاه رأس های A' و B' و C' نسبت به مثلث ABC کجاست؟
ب) مساحت مثلث $A'B'C'$ چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

زمینی به شکل زیر داریم، می خواهیم بدون آنکه محیط این زمین تغییر کند مساحتش را افزایش دهیم. در هر مورد میزان افزایش مساحت را حساب کنید.

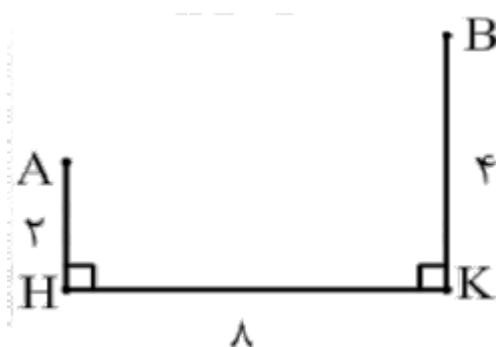


نهایی خرداد ۱۴۰۳

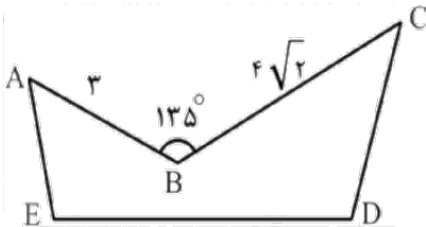
۱- با توجه به شکل، نقطه M روی پاره خط $HK = 8$ را به گونه ای بیابید که

الف) مسیر AMB کوتاه ترین مسیر ممکن باشد.

ب) کمترین مقدار عددی $AM + MB$ را محاسبه کنید.



۲- در شکل زیر می خواهیم بدون آنکه محیط تغییر کند مساحت را افزایش دهیم. میزان افزایش مساحت را حساب کنید.



لینک های تدریس خط به خط کتاب درسی

تدریس درس اول بخش اول

<https://s17.picofile.com/d/8417304027/ca4270c7-732f-4a30-b9d2-edaf06dbb48c/hendeseh2f2d11.mp4.html>

تدریس درس اول بخش دوم

<https://s16.picofile.com/d/8424907892/4e3dbf3b-b14b-4704-be3d-00e7d04bb0c0/hendeseh2f2d12.mp4>

تدریس درس اول بخش سوم

<https://s17.picofile.com/d/8424907927/e249b280-ce0c-449b-ae34-0ed1a9c77181/hendeseh2f2d13.mp4>

تدریس درس اول بخش چهارم

<https://s16.picofile.com/d/8424907934/282Ve80c-fdc0-4767-bb11-7d1f9e7e96d0/hendeseh2f2d14.mp4>

تدریس درس اول بخش پنجم

<https://s17.picofile.com/d/8420731168/30b72e3b-c7a3-4abc-9160-db1d9776db4b/hendese2f2d15.mp4>

تدریس درس اول بخش ششم

<https://s16.picofile.com/d/8426430727/060b7d72-e0ca-4f4e-870f-1966c1d7910c/hendese2f2d16.mp4>

تدریس درس دوم

https://s16.picofile.com/d/64/8427177776c0387e-4a86-466c-b87f-abd7003e7132/IMG_20210307_014403709.mp4