



کتاب کار هندسه ۲

رحیمه قربانیان



خزان ۱۴۰۳

عضو گروه ریاضی استان آذربایجان شرقی
دبیر ریاضی دبیرستان باقر العلوم ناحیه یک تبریز

فهرست

فصل اول: دایره

درسنامه	۳
درس اول: مفاهیم اولیه و زاویه ها در دایره	۷
درس دوم: رابطه های طولی در دایره	۱۴
درس سوم: چندضلعی های محاطی و محیطی	۲۰
سوالات کنکور	۳۰

بسم الله الرحمن الرحيم

فصل ۱

دایره

درس اول

مفاهیم اولیه و زاویه ها در دایره

رابطه وتر و کمان در دایره:



فصل	وترهای برابر	شعاع عمود بر وتر	نامساوی در وترها	وترهای موازی	کوتاه‌ترین و بلندترین وتر گذرنده از نقطه
شکل					
ویژگی	$AB = CD \Leftrightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD}$	$AH = BH$ $\widehat{AC} = \widehat{BC}$	$AB > CD \Leftrightarrow h_1 < h_2$	$AB \parallel CD \Leftrightarrow \widehat{AC} = \widehat{BD}$	AB: کوتاه‌ترین قطر = ۲R: بلندترین

انواع زاویه در دایره:



نوع زاویه	مرکزی	مخاطی	ظلی	درونی (برخورد دو وتر درون دایره)	بیرونی (برخورد دو وتر بیرون دایره)
شکل					
رابطه	$\hat{O} = \widehat{AB}$	$\hat{M} = \frac{\widehat{AB}}{2}$	$\hat{M} = \frac{\widehat{MB}}{2}$	$\hat{M} = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2}$	$\hat{M} = \frac{\widehat{AB} - \widehat{CD}}{2}$

روابط طولی در دایره:



یک قاطع و یک مماس	امتداد دو وتر متقاطع بیرون دایره	دو وتر متقاطع درون دایره	شکل
$Y = MA \times MB = MT^2$	$Y = MA \times MB = MC \times MD$	$X = MA \times MB = MC \times MD$	رابطه
$Y = OM^2 - R^2$	$Y = OM^2 - R^2$	$X = R^2 - OM^2$	برحسب فاصله از مرکز

d فاصله بین مراکز دو دایره و R و R' شعاع های دو دایره هستند.

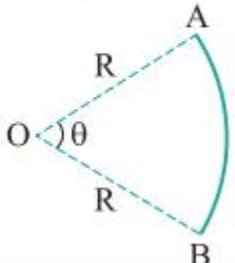
وضع نسبی	شکل	شرط	تعداد مماس مشترک خارجی	تعداد مماس مشترک داخلی
متخارج		$d > R + R'$	۲	۲
مماس خارج		$d = R + R'$	۲	۱
متقاطع		$ R - R' < d < R + R'$	۲	۰
مماس داخل		$d = R - R' $	۱	۰
متداخل		$d < R - R' $	۰	۰
هم مرکز		$d = 0$	۰	۰

اندازه مماس مشترک و زاویه بین آن ها:

مماس مشترک داخلی	مماس مشترک خارجی
$TT' = \sqrt{d^2 - (R + R')^2}$	$TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$
$\sin \theta = \frac{R + R'}{d}$	$\sin \theta = \frac{ R - R' }{d}$

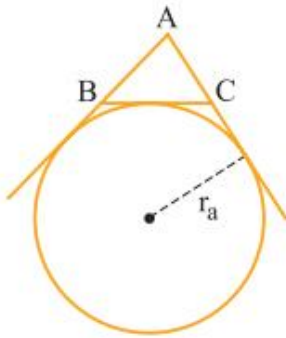
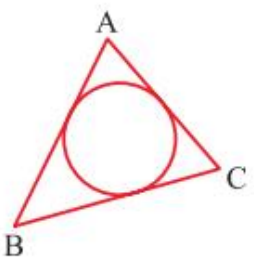
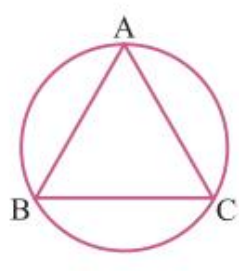
محیط و مساحت قطاع

۶

مساحت	محیط	شکل
$\frac{1}{2}R^2\theta$	$2R + R\theta$ بر حسب رادیان	

دایره محیطی و محاطی مثلث (P نصف محیط است)

۷

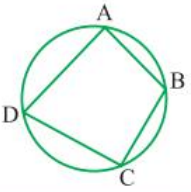
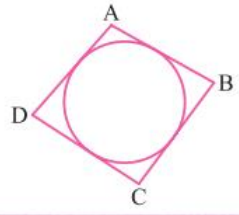
دایره محاطی خارجی	دایره محاطی داخلی	دایره محیطی	شکل
			
$r_a = \frac{S}{P - a}$	$r = \frac{S}{P}$	$R = \frac{abc}{4S}$	شعاع

نکته

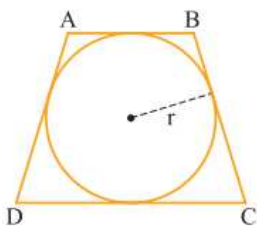
اگر h ارتفاع مثلث و r شعاع دایره محاطی داخلی و r_a, r_b, r_c شعاع دایره محاطی خارجی باشند، داریم:

$$۱) \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$$

$$۲) \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$$

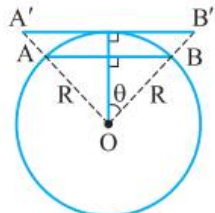
چهارضلعی محاطی	چهارضلعی محیطی	شکل
		
محل هم‌رسی عمود منصف اضلاع	محل هم‌رسی نیم‌سازهای داخلی	
$\hat{A} + \hat{C} = \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$	$AB + CD = AD + BC$	ویژگی

● حالت خاص: اگر یک دوزنقه متساوی‌الساقین محیطی باشد، آن‌گاه قطر دایره محاطی، واسطه هندسی بین دو قاعده است:



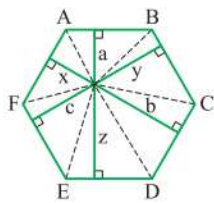
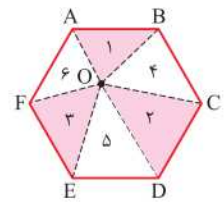
$$(2r)^2 = AB \times CD$$

● n ضلعی‌های منتظم:

طول ضلع n ضلعی محاط در دایره	شکل	طول ضلع n ضلعی محیط بر دایره
$AB = 2R \sin \theta$		$A'B' = 2R \tan \theta$
	$\theta = \frac{180^\circ}{n}$	

نکته

در شش‌ضلعی منتظم داریم (O نقطه‌ای دلخواه):

شش‌ضلعی منتظم		شکل
		
$a + b + c = x + y + z$	$S_1 + S_2 + S_3 = S_4 + S_5 + S_6$	رابطه

فصل اول: دایره

درس اول: مفاهیم اولیه و زاویه ها در دایره

جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید تا گزاره ای درست حاصل گردد.

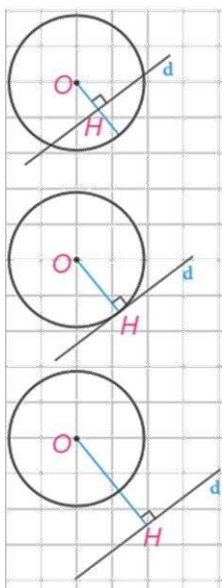
الف) دایره تمام نقاطی از صفحه است که از یک نقطه ثابت به نام در آن صفحه باشند.

ب) اگر نقطه ای مانند A روی دایره $C(O, r)$ باشد، فاصله آن تا مرکز دایره شعاع دایره است.

پ) اگر نقطه ای مانند A بیرون دایره $C(O, r)$ باشد، فاصله آن تا مرکز دایره شعاع دایره است.

ت) اگر نقطه ای مانند A درون دایره $C(O, r)$ باشد، فاصله آن تا مرکز دایره شعاع دایره است.

وضعیت یک دایره و یک نقطه در صفحه آن دایره را با رسم شکل و نوشتن رابطه های آن بنویسید.



اگر d یک خط و $C(O, r)$ یک دایره و نقطه H پای عمودی باشد که از نقطه O به خط d رسم می شود، موارد زیر را کامل کنید.

الف) اگر فاصله خط d از مرکز دایره از شعاع کمتر باشد، $(OH < r)$ خط و دایره نقطه اشتراک دارند؛ یعنی متقاطع اند.

ب) اگر فاصله خط از مرکز دایره با شعاع برابر باشد، $(OH = r)$ خط و دایره نقطه اشتراک دارند؛ یعنی
پ) اگر فاصله خط از مرکز دایره از شعاع بزرگتر باشد، $(OH > r)$ خط و دایره

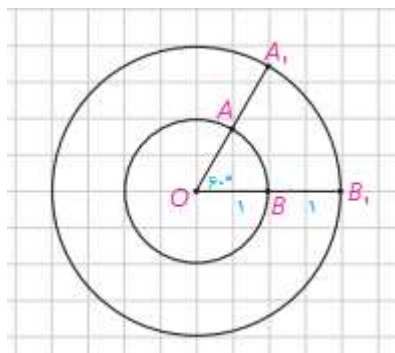
وضعیت یک دایره و یک خط در صفحه آن دایره را با رسم شکل بنویسید.

ثابت کنید یک خط و دایره بر هم مماس اند اگر و تنها اگر این خط در نقطه تماس با دایره بر شعاع نقطه تماس عمود باشد.

فرض کنید نقطه ای مانند F روی دایره داده شده باشد، روش رسم خط مماس بر دایره را در نقطه F توضیح دهید.

- جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید تا گزاره ای درست حاصل گردد.
- الف) پاره خطی را که یک سر آن مرکز دایره و سر دیگر آن نقطه ای روی دایره باشد، می نامند.
- ب) پاره خطی که دوسر آن روی دایره باشد، نام دارد.
- پ) وترى از دایره که از مرکز آن می گذرد را آن دایره می نامند.
- ت) بزرگترین وتر دایره، نام دارد.
- ث) زاویه زاویه ای است که رأس آن بر مرکز دایره واقع باشد.
- ج) زاویه زاویه ای است که رأس آن روی دایره و اضلاع آن شامل دو وتر از دایره باشند.
- چ) دایره شامل دو نقطه روی دایره و تمام نقاط بین آن دو نقطه است.
- ح) اندازه کمان، همان اندازه مقابل به آن کمان تعریف میشود و واحد آن است.
- خ) ناحیه ای از درون و روی دایره را، که به دو شعاع دایره و آن دایره محدود است، یک دایره می نامند.
- د) اگر زاویه مرکزی قطاعی از دایره بر حسب رادیان برابر α باشد، طول کمان نظیر این قطاع برابر است با
- ذ) اگر زاویه مرکزی قطاعی از دایره بر حسب درجه برابر α باشد، مساحت قطاع برابر است با

با توجه به شکل، اندازه کمانهای زیر را بنویسید.



$$\frac{\text{طول کمان } AB}{360} = \frac{\text{اندازه کمان } AB}{\text{محیط دایره}}$$

$$\widehat{AB} = \dots^\circ$$

$$\widehat{A_1B_1} = \dots^\circ$$

$$\text{طول } \widehat{AB} = \dots$$

$$\text{طول } \widehat{A_1B_1} = \dots$$

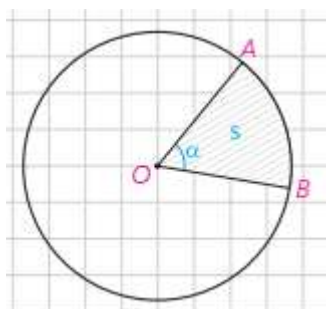
نشان دهید

الف) اگر زاویه مرکزی قطاعی از دایره بر حسب رادیان برابر α باشد، طول کمان نظیر این

$$\text{قطاع برابر است با } L = \frac{\pi R}{180} \alpha$$

ب) اگر زاویه مرکزی قطاعی از دایره بر حسب درجه برابر α باشد، مساحت قطاع برابر است با

$$S = \frac{\pi R^2}{180} \alpha$$



ثابت کنید در یک دایره، کمانهای نظیر دو وتر مساوی، با هم برابرند، و برعکس

ثابت کنید در هر دایره، قطر عمود بر هر وتر، آن وتر و کمان های نظیر آن وتر را نصف می کند. (خ ۴۰۳)

ثابت کنید در هر دایره، خطی که مرکز دایره را به وسط یک وتر از آن دایره که از مرکز دایره نگذشته باشد، وصل کند، بر آن وتر عمود است و کمان نظیر آن را نصف می کند.

ثابت کنید در هر دایره، خطی که مرکز دایره را به وسط کمان نظیر یک وتر از آن دایره وصل می کند بر آن وتر عمود است و آن را نصف می کند.

فرض کنید نقاط وسط وتر AB و کمان AB را داشته باشیم، چگونه می توانیم قطر عمود بر وتر AB را رسم کنیم؟

در هر سه حالت زیر ثابت کنید اندازه هر زاویه محاطی در دایره با نصف کمان روبروی آن برابر است.

الف) زاویه محاطی که یک ضلع آن از مرکز دایره می گذرد.

ب) زاویه محاطی که دو ضلع آن در دو طرف مرکز واقع شده اند.

پ) زاویه محاطی که دو ضلع آن در یک طرف مرکز واقع شده اند.

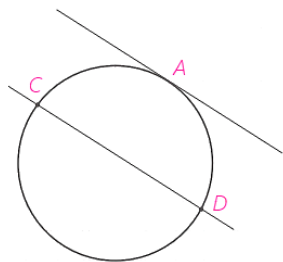
در هر سه حالت که زاویه ظلّی، حاده، قائمه و منفرجه باشد، ثابت کنید اندازه هر زاویه ظلّی، برابر با نصف کمان روبه روی آن است.

نشان دهید دو وتر که یکدیگر را درون دایره قطع نمی کنند با هم موازی اند، اگر و تنها اگر کمانهای محدود بین آنها مساوی باشد.

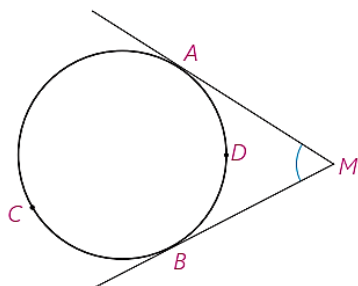
ثابت کنید اندازه زاویه ای که از برخورد امتداد دو وتر از یک دایره پدید می آید، برابر قدر مطلق نصف تفاضل اندازه کمان هایی از آن دایره است که به ضلع های آن زاویه محدودند.

ثابت کنید اندازه زاویه ای که از برخورد دو وتر در یک دایره ایجاد می شود برابر نصف مجموع اندازه دو کمانی از دایره است که به ضلع ها و امتداد ضلع های آن زاویه محدودند.

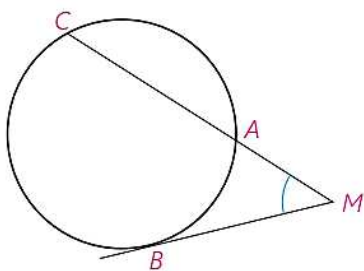
در شکل های زیر ثابت کنید.



الف) $d_1 \parallel d_2$ ، ثابت کنید $\widehat{AC} = \widehat{AD}$

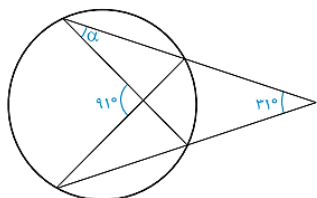


ب) $\hat{M} = \frac{\widehat{ACB} - \widehat{ADB}}{2}$

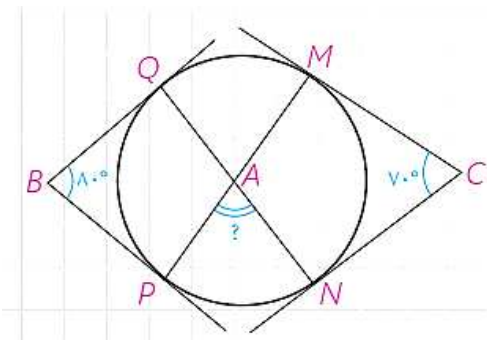


ب) $\hat{M} = \frac{\widehat{BC} - \widehat{AB}}{2}$

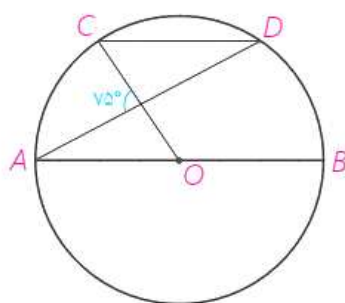
در شکل مقابل اندازه زاویه α را به دست آورید.



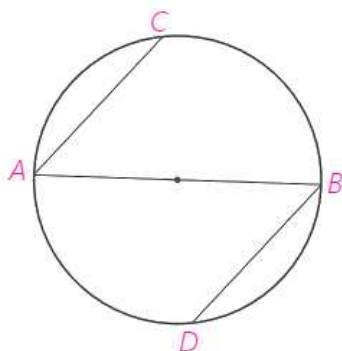
در شکل اضلاع زاویه های B و C بر دایره مماس اند. اندازه زاویه A چند درجه است؟



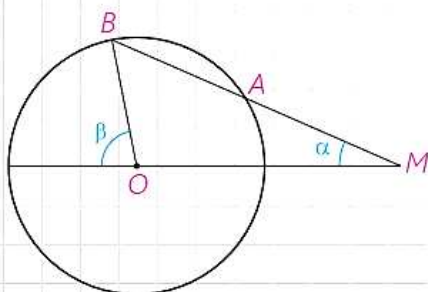
در دایره رسم شده شکل مقابل $CD \parallel AB$ ، اندازه کمان CD را به دست آورید.



در شکل مقابل، AB قطری از دایره است و وترهای AC و BD موازی اند. ثابت کنید: $AC = BD$

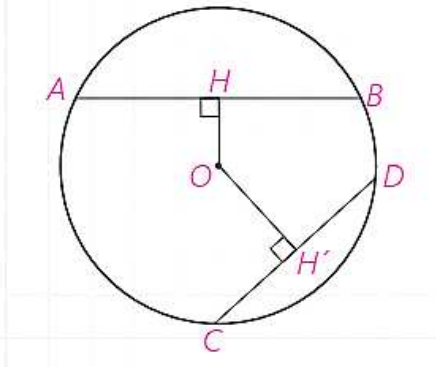


دایره $C(O, r)$ مفروض است. از نقطه M در خارج دایره خطی چنان رسم کرده ایم که دایره را در دو نقطه A و B قطع کرده است و $MA = R$ ؛ نشان دهید: $\beta = 3\alpha$



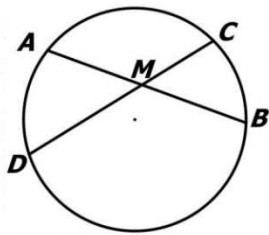
در دایره $C(O, r)$ ، $\widehat{AB} = 60^\circ$ و $AB = 10$ ، فاصله O از وتر AB را به دست آورید.

در دایره $C(O, r)$ ، نشان دهید اگر $AB > CD$ اگر و تنها اگر $OH < OH'$.



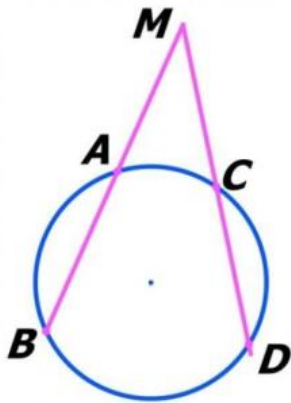
درس دوم: رابطه های طولی در دایره

قضیه: نشان دهید هرگاه خطهای شامل دو وتر دلخواه AB و CD در نقطه ای مانند M در درون دایره یکدیگر را قطع کنند. آنگاه حاصل ضرب قطعات یک وتر برابر است با حاصلضرب قطعات روی وتر دیگر.



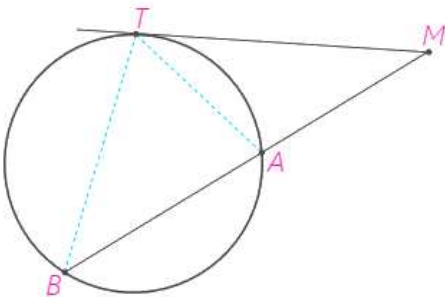
$$MA \times MB = MC \times MD$$

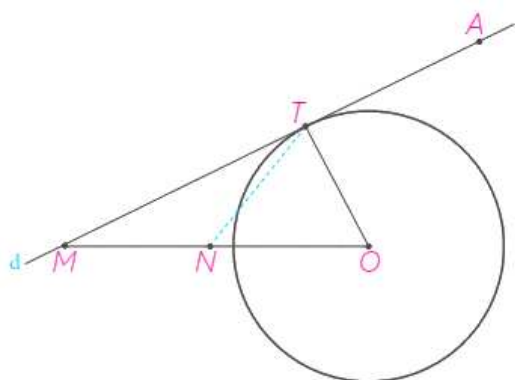
قضیه: نشان دهید هرگاه خطهای شامل دو وتر دلخواه AB و CD در نقطه ای مانند M در بیرون دایره یکدیگر را قطع کنند. آنگاه حاصل ضرب قطعات یک وتر برابر است با حاصلضرب قطعات روی وتر دیگر. (خ ۴۰۳)



$$MA \times MB = MC \times MD$$

قضیه: هرگاه M نقطه ای بیرون دایره باشد و از M مماس و قاطعی نسبت به دایره رسم کنیم، مربع اندازه مماس برابر است با حاصلضرب اندازه های دو قطعه قاطع. $MT^2 = MA \times MB$.
 یعنی طول مماس واسطه هندسی بین دو قطعه قاطع است.



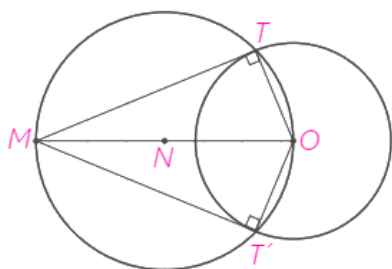


اگر خط d در نقطه T بر دایره مماس باشد و A و M دو نقطه بر خط d در دو طرف نقطه T باشد، هر کدام از پاره خطهای MT و AT بر دایره مماس اند.

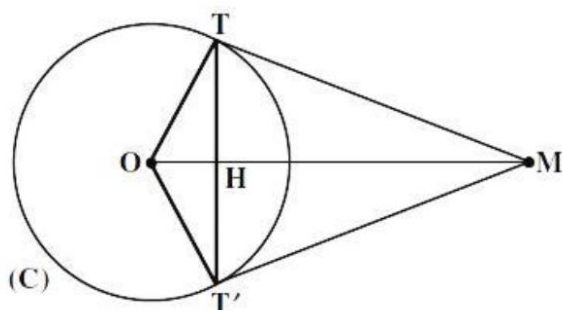
اگر O مرکز دایره باشد، ΔOMT در رأس T قائم الزاویه است؛ چرا؟

اگر N وسط پاره خط OM باشد، $NM = NO = NT$ ؛ چرا؟

بنابراین دایره به مرکز N و قطر OM از نقطه T می‌گذرد.



طریقه رسم مماس بر دایره از نقطه M خارج دایره بر آن رایان کنید.



هرگاه از نقطه M خارج دایره $C(O, R)$ دو مماس بر دایره رسم کنیم و T و T' نقاط تماس باشند، ثابت کنید:

الف) اندازه های دو مماس برابرند.

(ب) نیم خط MO نیمساز زاویه TMT' است.

(پ) نیم خط MO عمود منصف TT' است.

$$OM \times OH = R^2_{(t)}$$

$$TT' \cap \mathcal{C} = \emptyset \text{ or } MH(\mathcal{C})$$

$$TT' \times OM = \sphericalangle R \times MT \quad (\text{७})$$

هرگاه d خط مرکزین دو دایره به شعاع های R و R' باشد، وضعیت دو دایره در سمت چپ را به مورد مربوط به آن در سمت راست وصل کنید.

دو دایره متخارج ۱)

الف) $d < |R - R'|$

۲) دو دایره متداخل

ب) $d > R + R'$

۳) دو دایره مماس بیرونی

ج) $|R - R'| < d < R + R'$

۴) دو دایره متقاطع

دارای ۱ مماس مشترک

دارای ۳ مماس مشترک

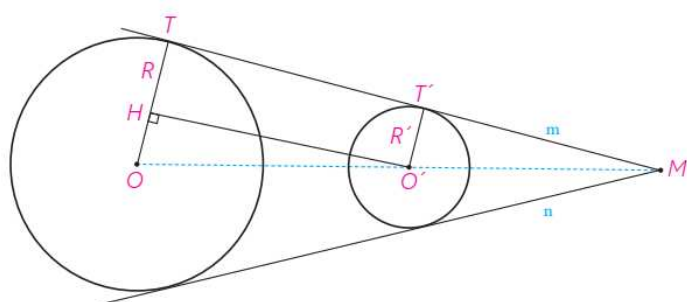
الف) دو دایره متقاطع مماس مشترک دارند.

ب) اگر مراکز دو دایره مماس در یک طرف خط مماس باشند، آنها را مماس گویند.

پ) هر خطی یا پاره خطی که بر هر دو دایره مماس باشد، دو دایره است.

ت) اگر دو دایره در دو طرف خط مماس باشند آن را می نامند.

ث) اگر از نقطه ای خارج دایره دو مماس بر دایره رسم کنیم، اندازه های دو مماس



فرض کنیم مانند شکل خط m در نقاط T و T' بر دو

دایره مماس است و شعاعهای OT و $O'T'$ رسم شده است.

فرض کنیم فاصله بین مرکزهای دو دایره برابر d باشد؛

از O' خطی موازی خط m رسم میکنیم تا شعاع OT را

در نقطه ای مانند H قطع کند.

الف) $TT'O'H$ مستطیل است؛ چرا؟

ب) با توجه به قضیه فیثاغورس در مثلث $O'HO$ تساوی زیر را توجیه کنید.

$$TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$

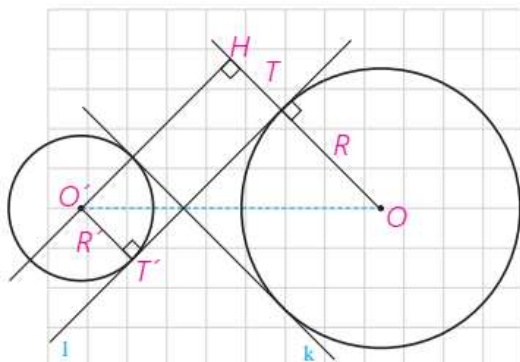
پ) چرا اگر دو مماس مشترک m و n متقاطع باشند، نقطه تقاطع آنها روی خط OO' خواهد بود؟

ت) به مرکز O و به شعاع $R - R'$ دایره ای رسم کنید. پاره خط $O'H$ برای دایره رسم شده چگونه خطی است؟

فرض کنید دو دایره داده شده است. نحوه رسم مماس مشترک خارجی را بیان کنید.

دو مماس مشترک داخلی l و k بر دو دایره متخارج مطابق شکل رسم شده است. با به کار بردن قضیه فیثاغورس در مثلث $O'OH$ نشان دهید:

$$TT' = \sqrt{d^2 - (R + R')^2}$$

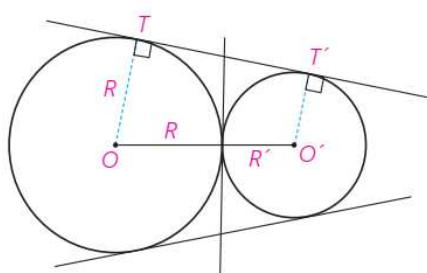


دو دایره را که فقط یک نقطه مشترک داشته باشند، می نامند.

در این نقطه مشترک یک خط بر هر دو مماس است.

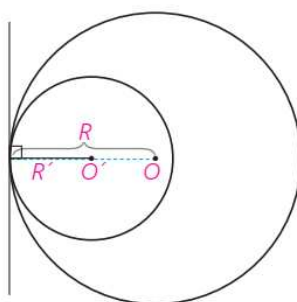
اگر مرکزهای دو دایره در دو طرف این مماس باشند، آن دو دایره، است و

اگر هر دو مرکز در یک طرف این مماس باشند، آنها را می نامند.



مماس خارج اند؛
سه مماس مشترک دارند.

$$OO' = R + R'$$



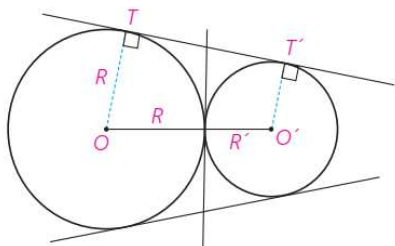
مماس داخل اند؛
فقط یک مماس مشترک دارند.

$$OO' = |R - R'|$$

با استفاده از دستور محاسبه طول مماس مشترک خارجی،

نشان دهید در دو دایره مماس خارج

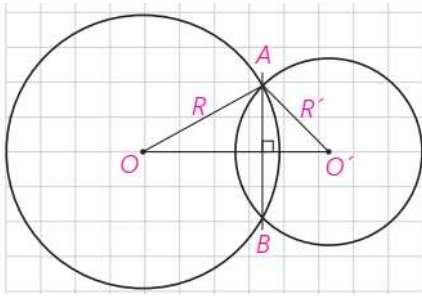
$$TT' = 2\sqrt{RR'}$$



دو دایره را که دو نقطه مشترک داشته باشند، متقاطع می نامند.

در این حالت دو دایره، فقط دو مماس مشترک دارند.

$$|R - R'| < OO' < R + R'$$



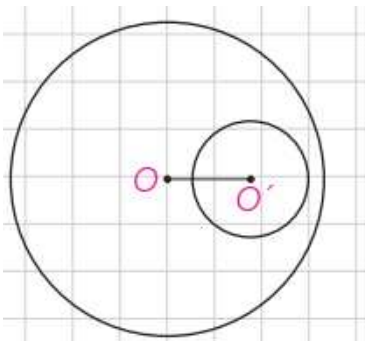
پاره خط AB که دوسر آن روی هر دو دایره است، وتر مشترک دو دایره متقاطع

است. چرا پاره خط OO' عمودمنصف وتر مشترک AB است؟

دو دایره را که تمام نقاط یکی درون دیگری باشد، متداخل می نامیم.

دو دایره متداخل هیچ مماس مشترک ندارند و در آنها

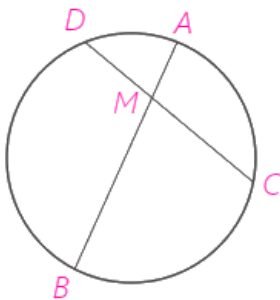
$$OO' < |R - R'|$$



$$OO' < |R - R'|$$

در دایره $C(O, R)$ وتر AB ، وتر CD به طول ۹ سانتیمتر را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم کرده است.

اگر $AB = ۱۱\text{ cm}$ ، آنگاه وتر CD وتر AB را به چه نسبتی قطع میکند؟

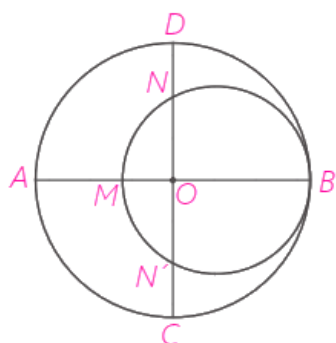


از نقطه P در خارج دایره ای، مماس PA به طول $۱۰\sqrt{۳}$ را بر آن رسم کرده ایم. (A روی دایره است).

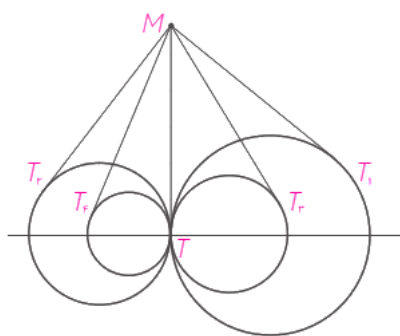
همچنین خطی از P گذرانده ایم که دایره را در دو نقطه B و C قطع کرده است و $BC = ۲۰$.

طول PB و PC را به دست آورید.

در شکل مقابل، دو دایره برهم مماس و دو قطر AB و CD از دایره بزرگتر برهم عمودند. اگر $AM = ۱۶$ و $ND = ۱۰$ ، شعاعهای دو دایره را پیدا کنید.



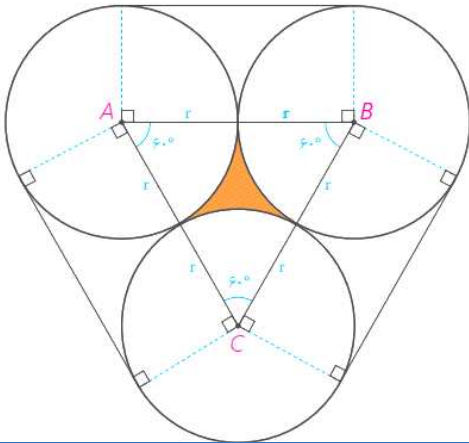
مطابق شکل مقابل، تمام دایره ها در نقطه T برهم مماس اند و از نقطه M روی مماس مشترک آنها بر دایره ها مماس رسم کرده ایم؛ ثابت کنید
 $MT_1 = MT_2 = MT_3 = MT_4 = \dots$



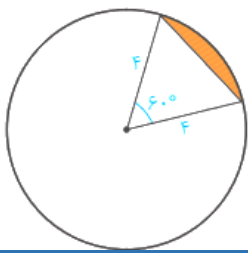
طول شعاعهای دو دایره متخارج را به دست آورید که طول مماس مشترک خارجی آنها مساوی $۳\sqrt{۷}$ و طول مماس مشترک داخلی آنها $\sqrt{۱۵}$ و طول خط المרכזین آنها مساوی ۸ واحد است.

سه دایره به شعاع های برابر r دو به دو برهم مماس اند. مطابق شکل مقابل این سه دایره به وسیله نخ بسته شده اند. نشان دهید طول این نخ برابر $۶r + ۲\pi r$ است.

همچنین نشان دهید مساحت ناحیه محدود به سه دایره برابر $r^2 \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2} \right)$ است.



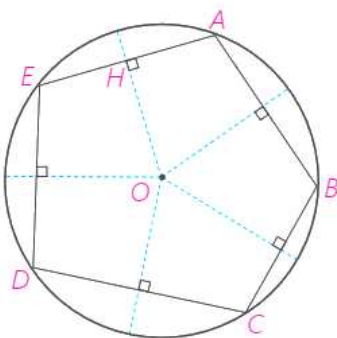
طول خط‌المركزين دو دایره مماس درونی ۲ سانتی متر و مساحت ناحیه محدود بین آنها 16π سانتی مترمربع است. طول شعاع‌های دو دایره را به دست آورید.



مطابق شکل در دایره به شعاع ۴، مساحت ناحیه سایه زده را محاسبه کنید.
این ناحیه، یک قطعه دایره نام دارد.

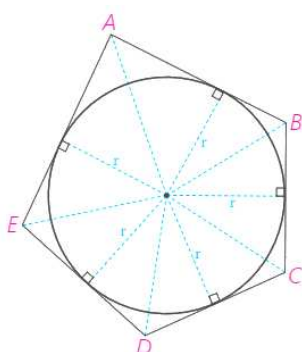
درس سوم: چندضلعی‌های محاطی و محیطی

چند ضلعی را می‌گوییم اگر و فقط اگر دایره‌ای باشد که از همه رئوس آن بگذرد؛ در این صورت دایره را دایره آن چند ضلعی می‌نامیم.
یک چند ضلعی، است اگر و فقط اگر عمود منصف‌های همه ضلع‌های آن در یک نقطه هم‌رس باشند.
این نقطه مرکز دایره محیطی چند ضلعی است.



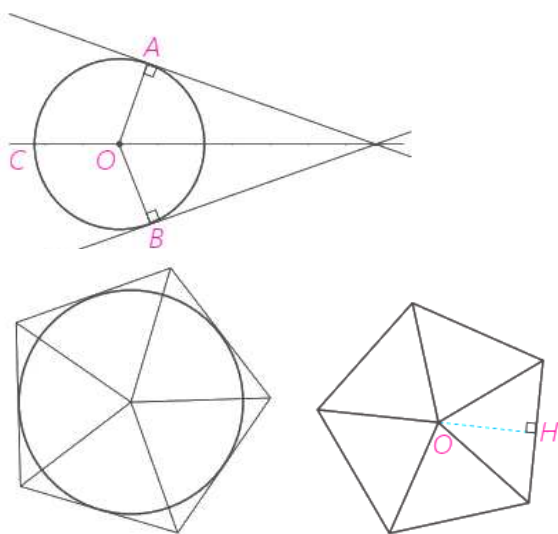
چند ضلعی را می‌گوییم اگر و فقط اگر دایره‌ای باشد که بر همه ضلع‌های آن مماس باشد؛

در این صورت دایره را دایره این چند ضلعی می‌نامیم.
یک چند ضلعی، است اگر و فقط اگر همه نیم‌سازهای زاویه‌های آن در یک نقطه هم‌رس باشند.
این نقطه مرکز دایره محاطی چند ضلعی است.

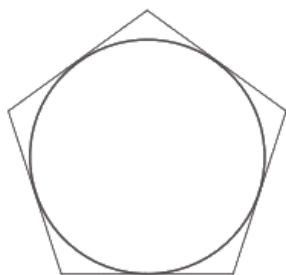


نشان دهید یک چندضلعی محاطی است اگر و تنها اگر عمودمنصف های همه ضلع های آن در یک نقطه هم رأس باشند.

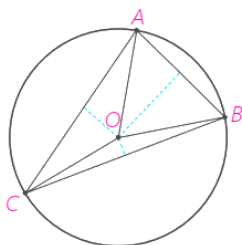
نشان دهید یک چند ضلعی، محیطی است اگر و فقط اگر همه نیمسازهای زاویه های آن در یک نقطه هم رس باشند.



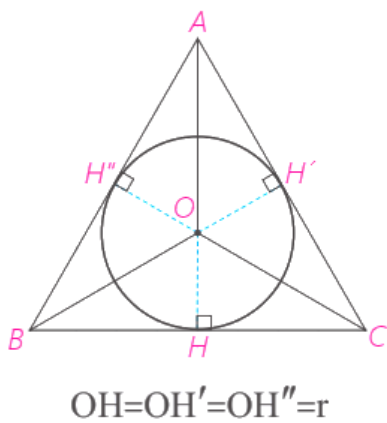
اگر در یک n ضلعی محیطی با مساحت S و محیط P شعاع دایره محاطی برابر r باشد،
نشان دهید $S = rP$.



نشان دهید مثلث هم محاطی و هم محیطی است.



$$OA=OB=OC=R$$



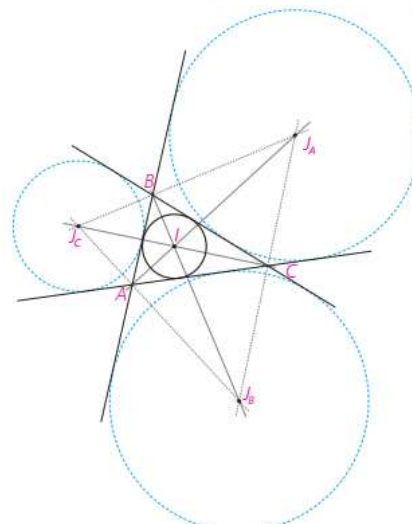
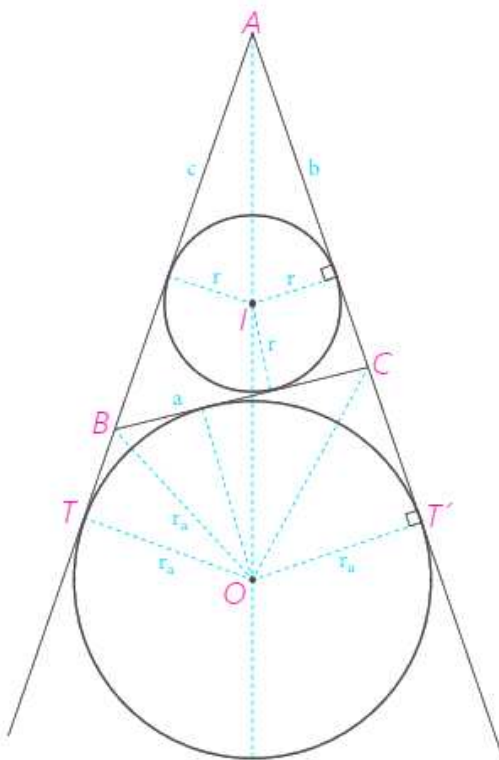
اگر نیمساز زاویه A از مثلث ABC را رسم کنیم، نیمساز زاویه خارجی C را در نقطه ای مانند O قطع میکند. این نقطه از خط BC و خط های AC و AB به یک فاصله است؛ چرا؟

بنابراین O نیز مرکز دایره ای است که بر ضلع BC و خط های شامل دو ضلع دیگر مماس است.

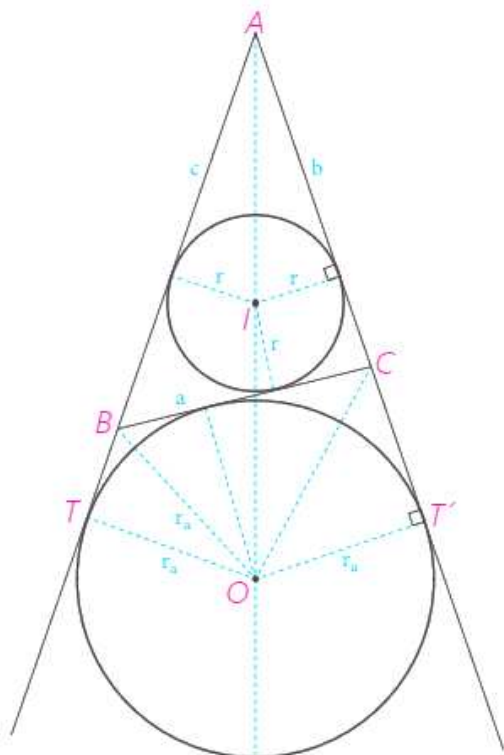
این دایره را دایره محاطی خارجی نظیر رأس A می نامند.

شعاع این دایره را با r_a نشان میدهند؛

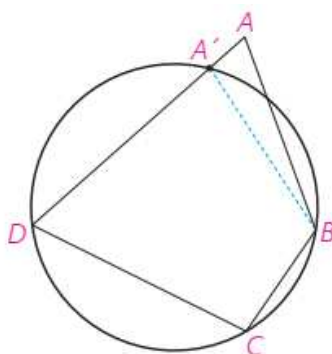
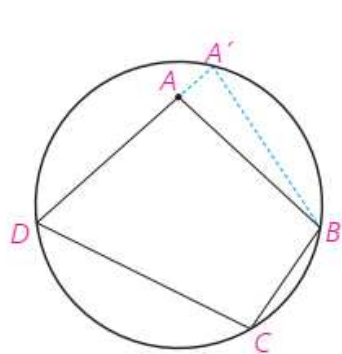
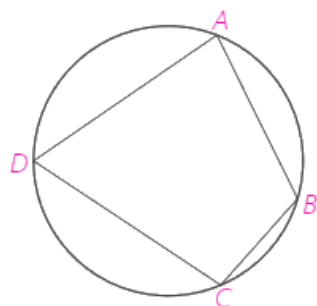
به همین ترتیب دو دایره محاطی خارجی دیگر نظیر دو رأس B و C وجود دارد.



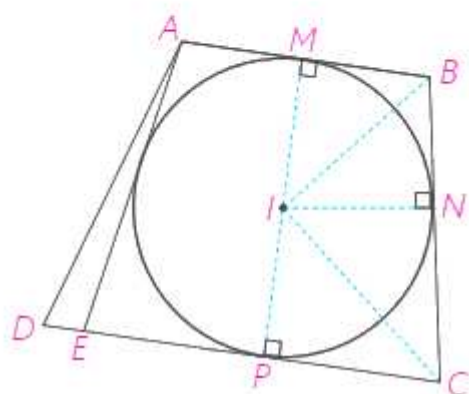
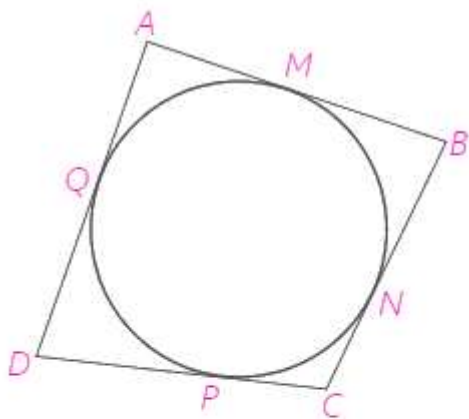
شعاع دایره محاطی خارجی مثلث را محاسبه کنید.



قضیه: یک چهار ضلعی محاطی است، اگر و فقط اگر دو زاویه مقابل آن مکمل باشند.



قضیه: یک چهارضلعی محیطی است اگر و فقط اگر مجموع اندازه های دو ضلع مقابل، برابر مجموع اندازه های دو ضلع دیگر باشند.

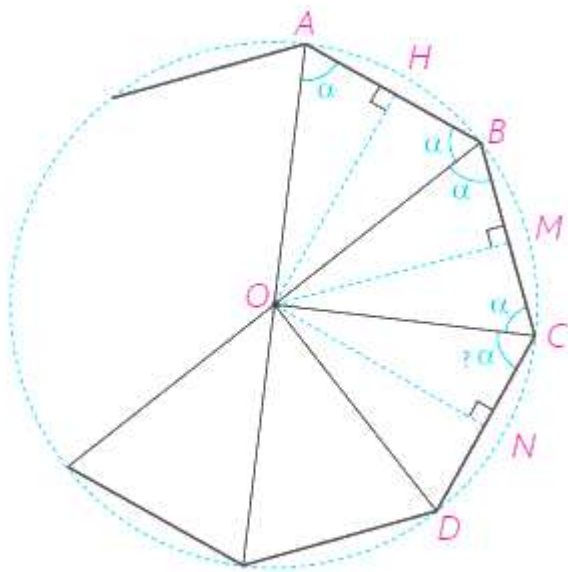


جدول زیر را کامل کنید.

کایت	دوزنقه متساوی الساقین	دوزنقه	متوازی الاضلاع	لوزی	مستطیل	مربع	
...	...	...	...	...	...	✓	محاطی
...	...	...	...	...	...	✓	محیطی

یک چند ضلعی محدب را منتظم می نامند، هرگاه تمام ضلعهای آن هم اندازه و تمام زاویه های آن نیز هم اندازه باشند.
 مثلث متساوی الاضلاع سه ضلعی منتظم و مربع چهارضلعی منتظم است.
 از دیگر چندضلعی های محاطی و محیطی، چند ضلعی های منتظم است.

نشان دهید هر چندضلعی منتظم، هم محاطی و هم محیطی است.



ثابت کنید یک دوزنقه، محاطی است، اگر و تنها اگر متساوی الساقین باشد.

مساحت مثلث متساوی الاضلاعی را به دست آورید که در دایره ای به شعاع R محاط شده باشد.

ثابت کنید عمود منصف یک ضلع هر مثلث و نیمساز زاویه مقابل به آن ضلع، یکدیگر را روی دایره محیطی مثلث قطع می کنند.

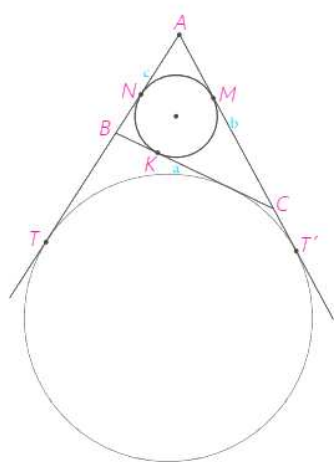
یک ذوزنقه، هم محیطی است و هم محاطی. ثابت کنید مساحت این ذوزنقه برابر است با میانگین حسابی دو قاعده آن ضرب در میانگین هندسی آنها.

اگر r_a, r_b, r_c شعاع های سه دایره محاطی خارجی مثلث و r شعاع دایره محاطی داخلی باشد، نشان دهید.

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$$

به همین ترتیب اگر h_a, h_b, h_c اندازه های سه ارتفاع باشند، نشان دهید:

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$$



اگر نقاط تماس دایره محاطی مثلث ABC با اضلاع آن M, N و K باشند و T' و T نقطه های تماس یک دایره محاطی خارجی با خط های شامل دو ضلع باشند، نشان دهید

$$AM = AN = P - a$$

$$BN = BK = P - b$$

$$CM = CK = P - c$$

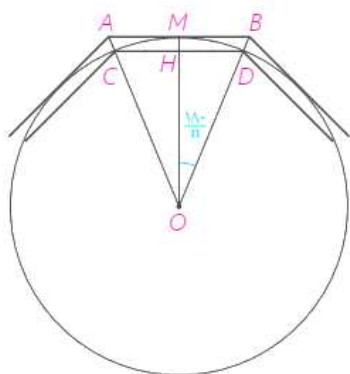
$$AT = AT' = P$$

یک دایره به شعاع r و n ضلعی های منتظم محاطی و محیطی در آن در نظر بگیرید.

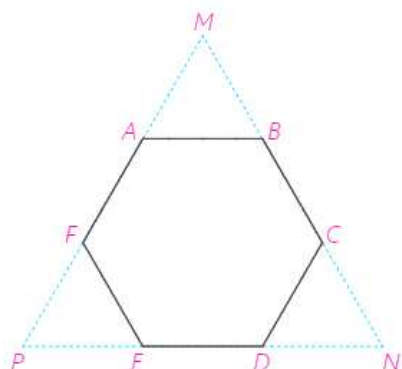
نشان دهید اگر AB و CD اندازه های ضلع های n ضلعی منتظم محیطی و محاطی باشند، آنگاه

$$AB = 2r \tan \frac{180^\circ}{n}$$

$$CD = 2r \sin \frac{180^\circ}{n}$$



شش ضلعی منتظم $ABCDEF$ مفروض است. با امتداد دادن اضلاع شش ضلعی، مطابق شکل، مثلث MNP را ساخته ایم. الف) نشان دهید MNP متساوی الاضلاع است.



ب) نشان دهید مساحت شش ضلعی، دو سوم مساحت مثلث MNP است.

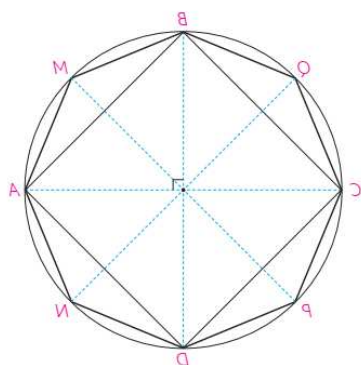
پ) از نقطه دلخواه T درون شش ضلعی عمودهای TH ، TH' و TH'' را به ترتیب بر BC ، ED و AF رسم کنید.

با توجه به آنچه از هندسه پایه ۱ می دانید، مجموع طولهای این سه عمود با کدام جزء از مثلث MNP برابر است؟

ت) مجموع مساحت های مثلثهای TBC ، TDE و TAF چه کسری از مساحت مثلث MNP است؟

نشان دهید:

$$S_{TBC} + S_{TDE} + S_{TAF} = S_{TAB} + S_{TEF} + S_{TCD}$$



دو قطر عمود بر هم AC و BD از یک دایره را رسم می کنیم؛ چهارضلعی $ABCD$ یک مربع است؛ چرا؟

عمود منصف های ضلع های این مربع را رسم کنید تا دایره را قطع کنند. نشان دهید هشت ضلعی $AMBQCPDN$ منتظم است.

خرداد ۱۴۰۳

الف) هر چندضلعی منتظم، هم محاطی و هم محیطی است. (درست - نادرست)

ب) طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس برون به شعاع های R و R' برابر $TT' = 2\sqrt{R + R'}$ است. (درست - نادرست)

پ) اندازه هر زاویه ظلی، برابر است با اندازه کمان روبه به آن زاویه.

ت) اگر r_a, r_b, r_c شعاع های سه دایره محاطی خارجی مثلث و شعاع دایره محاطی داخلی آن برابر ۴ باشد، حاصل $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$ برابر است.

خرداد ۱۴۰۳

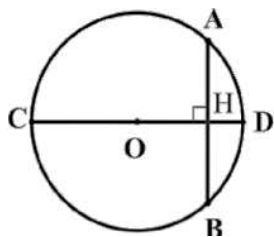
ثابت کنید هرگاه خط های شامل دو وتر دلخواه AB و CD در نقطه ای مانند M در بیرون دایره یکدیگر را قطع کنند. آن گاه $MA \times MB = MC \times MD$

خرداد ۱۴۰۳

ثابت کنید اگر یک چهار ضلعی محاطی باشد، آن گاه دو زاویه مقابل آن مکمل هستند.

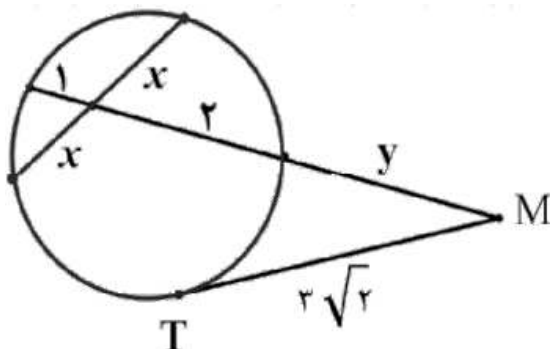
خرداد ۱۴۰۳

در شکل مقابل وتر AB بر قطر CD عمود است. ثابت کنید قطر CD وتر AB و کمان AB را نصف می کند.



در مثلث قائم الزاویه ای با اضلاع زاویه قائمه ۳ و ۴ شعاع دایره محاطی داخلی را محاسبه کنید.

در شکل زیر MT به طول $3\sqrt{2}$ مماس بر دایره است. مقادیر عددی x و y را به دست آورید.





مدرسه نمونه دولتی باقر العلوم

پایه یازدهم

درس هندسه ۲

دبیر قربانیان

مبحث فصل ۱

نام و نام خانوادگی

۱

مماس‌های رسم‌شده بر دو دایره متقاطع، در نقطه تقاطع دو دایره، بر هم عمودند. اگر اندازه شعاع دو دایره ۸ و ۱۵ باشد، فاصله بین مراکز دو دایره کدام است؟

(۱) ۱۷

(۲) ۱۶/۵

(۳) ۱۳

(۴) ۱۱/۵

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۳

۲

مماس‌های رسم‌شده بر دو دایره متقاطع، در نقطه تقاطع دو دایره، بر هم عمودند. اگر شعاع دایره کوچک‌تر ۱/۵ و فاصله بین مراکز دو دایره ۲/۵ باشد، شعاع دایره بزرگ‌تر کدام است؟

(۱) $\sqrt{3}$

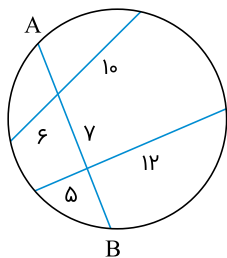
(۲) $\sqrt{5}$

(۳) ۳

(۴) ۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

در شکل زیر، طول وتر AB کدام است؟



(۱) ۱۶

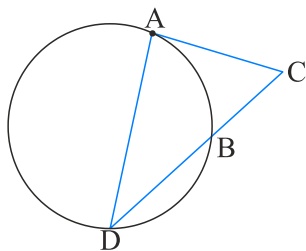
(۲) ۱۷

(۳) ۱۸

(۴) ۱۹

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

در شکل زیر، پاره خط AC بر دایره مماس است. اگر $\frac{AC}{BC} = \sqrt{3}$ ، آنگاه نسبت $\frac{DB}{BC}$ ، کدام است؟



(۱) $\sqrt{2}$

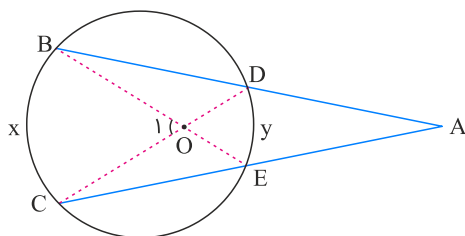
(۲) $\sqrt{3}$

(۳) ۲

(۴) ۳

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

در شکل زیر، $\hat{A} = 27^\circ$ و $\hat{O}_1 = 71^\circ$ می‌باشد. کمان BC چند درجه است؟



(۱) ۹۸

(۲) ۱۰۰

(۳) ۱۰۲

(۴) ۱۰۴

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۶

چهار ضلعی ABCD در یک دایره محاط شده است. رأس‌های این چهار ضلعی، رئوس زوایای ظلی واقع بر دایره هستند. مجموع این زاویه‌های ظلی کدام است؟

(۱) ۱۸۰

(۲) ۵۴۰

(۳) ۳۶۰

(۴) ۷۲۰

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

یک پنج ضلعی در یک دایره محاط شده است. هر ضلع این پنج ضلعی، وتر رو به یک زاویه محاطی است. مجموع این زوایای محاطی کدام است؟

(۱) ۵۴۰

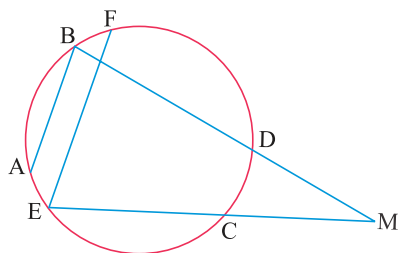
(۲) ۱۸۰

(۳) ۷۲۰

(۴) ۳۶۰

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

در شکل زیر، $AB \parallel EF$ و اندازه کمان‌های $\widehat{AE} = 15^\circ$ ، $\widehat{EC} = 8^\circ$ و $\widehat{FD} = 100^\circ$ است. اگر $\widehat{BME} = 20^\circ$ باشد، اندازه زاویه $\widehat{ABD}$ چند درجه است؟



(۱) ۷۱/۲۵

(۲) ۷۴

(۳) ۷۵

(۴) ۷۸/۷۵

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

مربع $ABCD$ به ضلع ۴ واحد، مفروض است. شعاع دایره گذرا بر دو رأس A و B و مماس بر ضلع CD کدام است؟

(۲) $2/5$

(۱) $2/25$

(۴) ۳

(۳) $2\sqrt{2}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۵

در مثلث متساوی الساقین اندازه ارتفاع وارد بر قاعده ۸ و شعاع دایره محاطی داخلی آن ۳ واحد است. طول قاعده این مثلث کدام است؟

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۶

در یک دایره به مرکز O ، شعاع OA را به اندازه خودش تا نقطه B امتداد می‌دهیم. از نقطه B بر مماس دلخواه دایره، عمود BD را فرود می‌آوریم. اگر $\hat{ADB} = 34^\circ$ ، آنگاه زاویه OAD چند درجه است؟

۷۳ (۲)

۶۸ (۱)

۱۴۶ (۴)

۱۰۲ (۳)

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۴

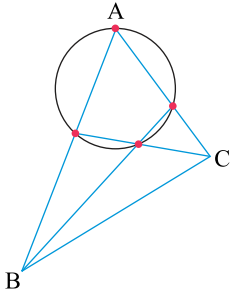
یک دایره به شعاع ۲، داخل دوزنقه متساوی الساقینی محاط شده است. اگر یکی از زوایای دوزنقه ۶۰ درجه باشد، مساحت این دوزنقه کدام است؟

$$\begin{array}{l} (۱) \quad \frac{۱۲}{\sqrt{۳}} \\ (۳) \quad \frac{۲۴}{\sqrt{۳}} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (۲) \quad \frac{۱۶}{\sqrt{۳}} \\ (۴) \quad \frac{۳۲}{\sqrt{۳}} \end{array}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

در شکل زیر، نیمسازهای زاویه‌های B و C در مثلث ABC رسم شده‌اند. اگر چهارضلعی داخل دایره محاطی باشد، زاویه A چند درجه است؟



(۱) ۹۰

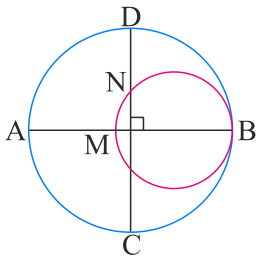
(۲) ۷۵

(۳) ۶۰

(۴) ۴۵

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

در شکل زیر، دو دایره برهم مماس و قطرهای AB و CD از دایره بزرگ‌تر برهم عمود هستند. اگر $AM = ۱۶$ ، $DN = ۱۰$ باشد، شعاع دایره کوچک‌تر کدام است؟



(۱) ۱۲

(۲) ۱۶

(۳) ۱۷

(۴) ۲۵

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

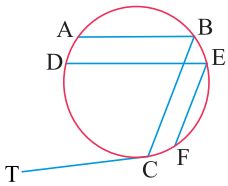
یک دوزنقه متساوی الساقین با طول قاعده‌های a و 6 واحد، بر دایره‌ای به مساحت 15π محیط است. مقدار a کدام است؟

$$\begin{aligned} (1) & \frac{25}{3} \\ (3) & \frac{32}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & 8 \\ (4) & 10 \end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

در شکل زیر، $AB \parallel DE$ و $EF \parallel BC$ است. اگر $\widehat{AB} = 60^\circ$ ، $\widehat{CD} = 100^\circ$ و $\widehat{EF} = 80^\circ$ باشد، اندازه $\widehat{BCT}$ چند درجه است؟



$$(1) 90$$

$$(2) 95$$

$$(3) 100$$

$$(4) 110$$

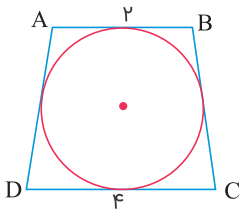
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

طول خط‌المركزين دو دایره مماس درونی $\frac{3}{5}$ سانتی‌متر و مساحت ناحیه محدود بین آن‌ها 21π سانتی‌متر مربع است. شعاع دایره کوچک‌تر، چند سانتی‌متر است؟

(۱) $\frac{1}{25}$ (۲) $\frac{1}{75}$ (۳) $\frac{2}{25}$ (۴) $\frac{2}{75}$

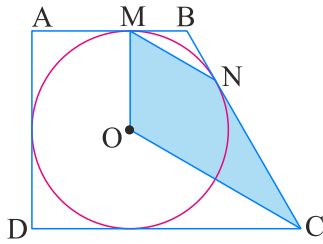
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

در شکل زیر، دوزنقه متساوی‌الساقین $ABCD$ ، بر دایره‌ای محیط شده است. مساحت این دایره کدام است؟

(۱) 2π (۲) 4π (۳) 6π (۴) 8π

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

مطابق شکل زیر، دوزنقه قائم‌الزاویه $ABCD$ بر دایره‌ای به شعاع ۳، محیط شده است. اگر زاویه $\widehat{MBN} = 120^\circ$ باشد، مساحت چهار ضلعی $OMNC$ ، کدام است؟



(۱) $\frac{27\sqrt{3}}{4}$

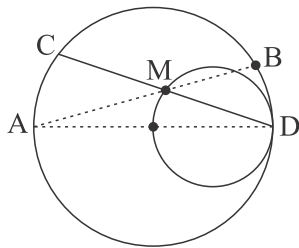
(۲) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{27\sqrt{3}}{2}$

(۴) $9\sqrt{3}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

در شکل زیر، دو دایره به شعاع‌های ۲ و ۴ واحد، مماس داخل و طول کمان AC برابر $\frac{4\pi}{3}$ است. حاصل $MA \times MB$ ، کدام است؟



(۱) ۸

(۲) ۹

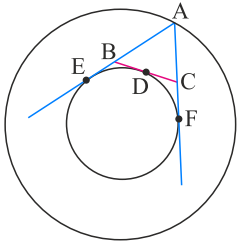
(۳) ۶

(۴) ۱۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۳ ۱۴۰۱

در دو دایره هم‌مرکز، از نقطه A روی دایره بزرگ دو مماس AE و AF و از نقطه D روی کمان کوچک‌تر EF ، مماس دیگری بر دایره داخلی رسم شده است. با تغییر مکان A و D کدام بیان در مثلث ABC درست است؟



(۱) محیط ثابت - مساحت متغیر

(۲) محیط متغیر - مساحت ثابت

(۳) محیط ثابت - مساحت ثابت

(۴) محیط متغیر - مساحت متغیر

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۷

در مثلث ABC ($AB < AC$) ضلع BC را از هر دو طرف، به اندازه‌های $BD = BA$ و $CE = CA$ امتداد می‌دهیم. مرکز دایره محیطی مثلث ADE ، بر روی کدام جزء مثلث ABC واقع است؟

(۲) میانه نظیر BC

(۱) عمودمنصف BC

(۴) نیمساز داخلی زاویه A

(۳) ارتفاع وارد بر ضلع BC

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۴

طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس خارج، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ برابر شعاع دایره بزرگتر است. شعاع دایره بزرگتر، چند برابر شعاع دایره کوچکتر است؟

$$\frac{8}{3} \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

$$\frac{16}{3} \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

یک دوزنقه متساوی الساقین با طول قاعده‌های $\frac{9}{2}$ و ۸ واحد، بر دایره‌ای محیط شده است. فاصله دورترین نقاط دایره، تا یک رأس قاعده بزرگ دوزنقه، کدام است؟

$$3 + 4\sqrt{2} \quad (2)$$

$$9 \quad (1)$$

$$7/5 \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۴ ۱۴۰۱

در مثلث ABC با اضلاع $AB = ۵$ ، $AC = ۷$ و $BC = ۸$ واحد، نیمساز داخلی زاویه A ، نیمسازهای زاویه داخلی و خارجی B را در O و O' قطع می‌کند. اندازه تصویر قائم OO' ، بر روی BC ، کدام است؟

(۲) $۱/۵$

(۱) ۱

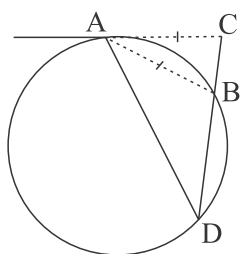
(۴) $۲/۵$

(۳) ۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۴ ۱۴۰۱

در شکل زیر، اندازه قطعه مماس AC ، برابر وتر AB است. الزاماً کدام برابری درست است؟



(۱) $BC = BA$

(۲) $BD = AC$

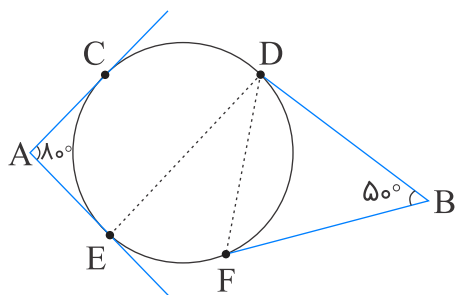
(۳) $BC = BD$

(۴) $DA = DC$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۲ ۱۴۰۱

در شکل زیر، اضلاع زاویه‌های A و B بر دایره مماس‌اند. اگر وتر CD برابر شعاع دایره باشد، زاویه $\widehat{EDF}$ چند درجه است؟



(۱) ۲۵

(۲) ۳۰

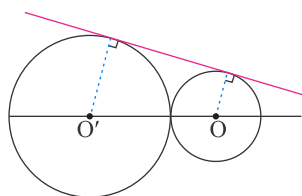
(۳) ۳۵

(۴) ۴۰

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۲ ۱۴۰۱

دو دایره به شعاع‌های ۹ و ۴ واحد مماس برهم‌اند. دایره به قطر OO' با مماس مشترک خارجی در نقطه M مشترک‌اند. فاصله M از نقطه تماس دو دایره، کدام است؟



(۱) ۶

(۲) ۶/۵

(۳) ۷

(۴) ۷/۵

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۳ ۱۴۰۱

- (۱) دو قطر عمود بر هم
- (۲) یکی از قاعده‌های دوزنقه، برابر یکی از ساق‌ها
- (۳) خط واصل وسط دو ساق، گذرا از محل تلاقی قطرهای
- (۴) طول پاره‌خط واصل وسط دو ساق، برابر اندازه یکی از ساق‌ها

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

دو دایره نامساوی به مرکزهای O و O' مماس خارج‌اند. دایره‌ای به قطر OO' با مماس مشترک خارجی این دو دایره، کدام وضعیت را دارد؟

- | | |
|------------|------------|
| (۱) متقاطع | (۲) مماس |
| (۳) متخارج | (۴) نامشخص |

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۴

در مثلث متساوی الساقین ABC ($AB = AC$) نقطه O در امتداد AC مرکز دایره‌ای است که در نقطه B بر ضلع AB مماس است. امتداد BC این دایره را در D قطع کرده است. مثلث OCD چگونه است؟

- (۱) متساوی الساقین
(۲) قائم الزاویه
(۳) قائم الزاویه و متساوی الساقین
(۴) غیر مشخص

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۴

دو دایره متقاطع در نقطه A مشترک‌اند. خط گذرا بر A دو دایره مفروض را در B و C قطع می‌کند. مماس‌ها بر هر دایره در B و C در نقطه M متقاطع‌اند. در مثلث MBC با چرخش خط قاطع، کدام جزء ثابت می‌ماند؟

- (۱) MA
(۲) محیط
(۳) مساحت
(۴) زاویه $\hat{BMC}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۴

یک دوزنقه متساوی الساقین بر دایره‌ای به شعاع $\sqrt{3}$ محیط است. اگر نسبت قاعده‌های این دوزنقه $\frac{1}{3}$ باشد، مساحت آن کدام است؟

(۱) $4\sqrt{3}$

(۲) ۸

(۳) ۱۲

(۴) $8\sqrt{3}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۶

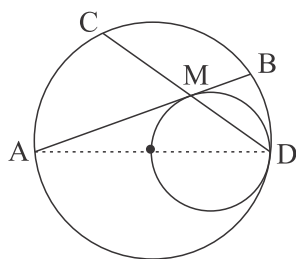
در شکل زیر، دو دایره در نقطه D مماس داخل و شعاع یکی با قطر دیگری، برابر است. وتر AB از دایره بزرگتر بر دایره داخل، در نقطه M مماس است. نسبت $\frac{MC}{MB}$ ، کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$

(۲) $\frac{3}{2}$

(۳) $\sqrt{3}$

(۴) ۲



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

فرض کنید طول خط‌المركزين دو دایره با شعاع‌های $1 - 6a$ و $2 - a^2$ ، برابر ۶ واحد باشد. اگر دو دایره فقط یک مماس مشترک داشته باشند، میانگین مقادیر ممکن برای a ، کدام است؟

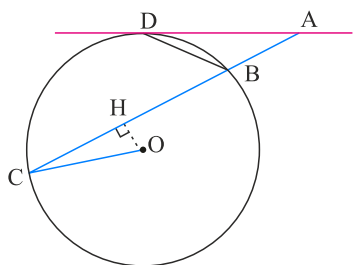
$$\begin{array}{l} (۲) \quad \frac{۱۳}{۳} \\ (۴) \quad ۷ \end{array}$$

$$(۱) \quad ۳$$

$$(۳) \quad ۶$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

در شکل زیر، AD مماس بر دایره به مرکز O و OH عمود بر AC است. اگر $\widehat{DBC} = 2\widehat{DAC}$ باشد، زاویه $\widehat{COH}$ چندبرابر زاویه $\widehat{DAC}$ است؟



$$(۱) \quad ۲/۵$$

$$(۲) \quad ۳$$

$$(۳) \quad ۳/۵$$

$$(۴) \quad ۴$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۷

دو دایره به شعاع‌های ۴ و ۸ واحد، در نقطه A مماس درونی هستند. وتر BC از دایره بزرگ، موازی خط‌المركزین و بر دایره کوچک در نقطه P مماس است. اندازه $PB \times PC$ کدام است؟

۳۲ (۲)

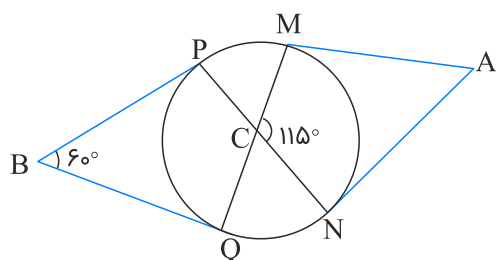
۲۴ (۱)

۴۸ (۴)

۳۶ (۳)

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۷

پاره‌خط‌های AM، AN، BP و BQ مطابق شکل زیر بر دایره مماس‌اند. زاویه MAN به درجه، کدام است؟



۶۰ (۱)

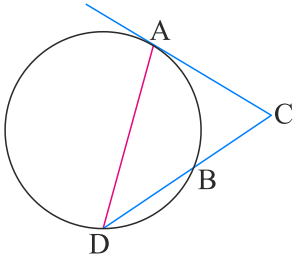
۶۵ (۲)

۷۰ (۳)

۷۵ (۴)

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

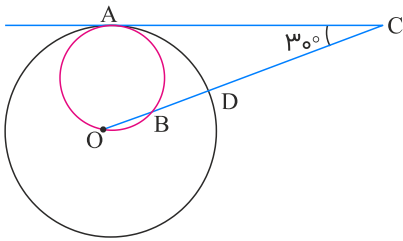
در شکل زیر پاره خط AC بر دایره مماس است. اگر $DB = BC$ آنگاه نسبت $\frac{AC}{BC}$ ، کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$
 (۲) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
 (۳) ۱
 (۴) $\sqrt{2}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

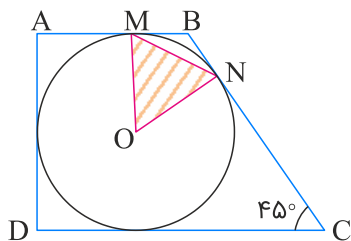
در شکل زیر، پاره خط AC و دایره کوچک، در نقطه A بر دایره بزرگ به شعاع ۶ و مرکز O واقع بر محیط دایره کوچک مماس اند. طول پاره خط BD ، کدام است؟



- (۱) ۴
 (۲) ۳
 (۳) $\sqrt{6}$
 (۴) ۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

مطابق شکل زیر، در ذوزنقه $ABCD$ دایره‌ای به شعاع ۳ محاط شده است. مساحت مثلث OMN ، کدام است؟



$$(۱) \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$(۲) \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

$$(۳) \frac{9\sqrt{2}}{4}$$

$$(۴) \frac{9\sqrt{2}}{8}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

دو دایره به شعاع‌های ۴ و $10/5$ واحد مماس برون‌اند. از مرکز دایره کوچک‌تر، مماس بر دایره بزرگ‌تر رسم می‌کنیم. طول این قطعه مماس چقدر است؟

$$(۲) ۸$$

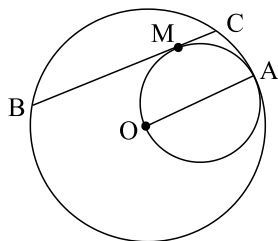
$$(۴) ۱۰$$

$$(۱) 4\sqrt{5}$$

$$(۳) 4\sqrt{6}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۲

در دایره‌ای به شعاع OA وتر BC مماس بر دایره‌ای به قطر OA رسم شده است. مقدار $MB \times MC$ ، برابر کدام است؟



(۱) MO^2

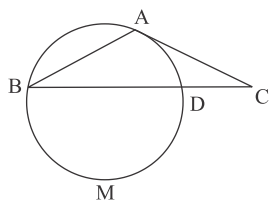
(۲) MA^2

(۳) OA^2

(۴) $MA \cdot MO$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۴

در شکل زیر، مماس AC بر دایره با وتر AB از دایره برابرند، اگر کمان $\widehat{DMB}$ برابر 222° باشد، زاویه C چند درجه است؟



(۱) ۲۱

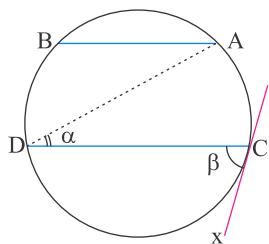
(۲) ۲۲

(۳) ۲۳

(۴) ۲۴

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۱

در شکل زیر، وتر AB برابر شعاع دایره و $AB \parallel CD$ ، زاویه $\alpha = 2\beta$ و CX مماس بر دایره است. کمان $\widehat{BD}$ چند درجه است؟



(۱) ۵۰

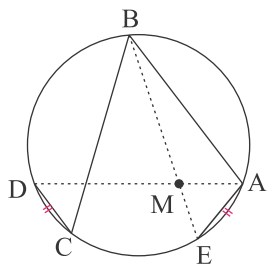
(۲) ۶۰

(۳) ۷۰

(۴) ۷۵

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

در شکل زیر $AB = ۶$, $BC = ۸$, $CD = ۳$ و $\widehat{AE} = \widehat{CD}$. اندازه AM کدام است؟



(۱) ۲

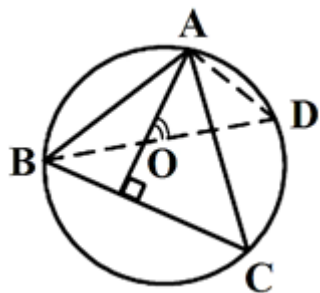
(۲) ۲/۲۵

(۳) ۲/۵

(۴) ۲/۷۵

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۳

در شکل زیر، O محل تلاقی ارتفاع‌های مثلث ABC است. زاویه $\widehat{AOD}$ برابر کدام است؟



(۱) $\widehat{OBC}$

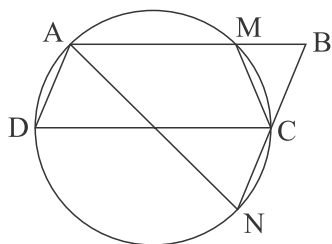
(۲) $\widehat{CAD}$

(۳) $\widehat{OAC}$

(۴) $\widehat{ADO}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۲

در شکل زیر، چهار ضلعی $ABCD$ متوازی‌الاضلاع است. تعداد مثلث‌های متساوی‌الساقین، کدام است؟



(۱) ۱

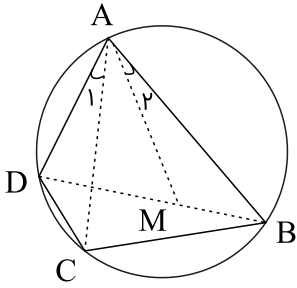
(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۴۹ در شکل زیر، $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ حاصل $AD \cdot BC$ برابر کدام است؟



(۱) $DM \cdot AC$

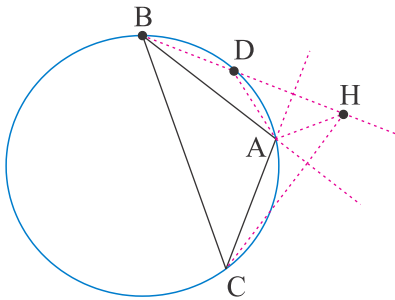
(۲) $BM \cdot AC$

(۳) $AB \cdot CD$

(۴) $BD \cdot BM$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۳

۵۰ در شکل زیر، نقطه H محل تلاقی ارتفاعات مثلث ABC است. زاویه $\hat{AHD}$ ، با کدام زاویه برابر است؟



(۱) $\hat{CAE}$

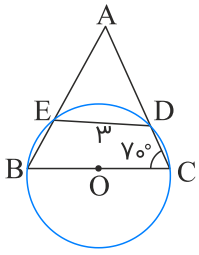
(۲) $\hat{ABC}$

(۳) $\hat{ADH}$

(۴) $\hat{AHC}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۲

در شکل زیر، شعاع دایره ۳ واحد است. اندازه کمان $\widehat{EDC}$ به درجه، کدام است؟



(۱) ۸۰

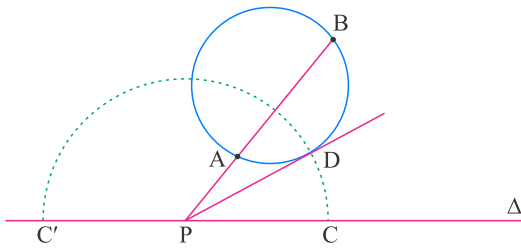
(۲) ۹۰

(۳) ۱۰۰

(۴) ۱۲۰

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

نقطه P مرکز نیم‌دایره به قطر CC' می‌باشد. شعاع PD مماس بر دایره مفروض رسم شده است. دایره‌ای که از دو نقطه A و B می‌گذرد و مماس بر خط Δ است، در کدام نقطه بر خط Δ مماس می‌شود؟



(۱) C یا C'

(۲) بین دو نقطه C و C'

(۳) خارج پاره خط $C'C$

(۴) نشدنی

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۷

۵۳

طول مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع‌های ۱۱ و ۳ سانتی‌متر برابر $3\sqrt{33}$ سانتی‌متر است. کمترین فاصله نقاط این دو دایره از یکدیگر چند سانتی‌متر می‌باشد؟

- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) ۵
(۴) ۶

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۲

۵۴

دو زنقه‌ای با طول قاعده‌های ۸ و ۱۲ و اندازه یک ساق برابر ۵ واحد مفروض است. اگر این دوزنقه قابل محاط در دایره باشد، طول قطعه مماس که از نقطه تلاقی دو ساق بر دایره محیطی آن رسم می‌شود، کدام است؟

- (۱) $4\sqrt{5}$
(۲) $5\sqrt{6}$
(۳) $6\sqrt{5}$
(۴) $8\sqrt{3}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۹

۵۵

مساحت هشت ضلعی منتظم محاط در دایره‌ای به شعاع ۲ واحد کدام است؟

- (۱) $8\sqrt{2}$
(۲) $8(\sqrt{2} - 1)$
(۳) $4(1 + \sqrt{2})$
(۴) $4(2 + \sqrt{2})$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۶

چهار ضلعی ABCD محاط در یک دایره است. اگر AB دورترین وتر و BC نزدیک‌ترین وتر نسبت به مرکز این دایره باشند، کدام رابطه بین زاویه‌ها ممکن است برقرار نباشد؟

$$\hat{B} > \hat{C} \quad (۲)$$

$$\hat{D} > \hat{C} \quad (۱)$$

$$\hat{B} > \hat{D} \quad (۴)$$

$$\hat{A} > \hat{B} \quad (۳)$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۶

در مثلث قائم‌الزاویه‌ای، طول یک ضلع قائم ۸ و شعاع دایره محاطی داخلی آن ۳ واحد است، اندازه وتر این مثلث کدام است؟

$$۱۶ \quad (۲)$$

$$۱۵ \quad (۱)$$

$$۱۸ \quad (۴)$$

$$۱۷ \quad (۳)$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۶

در مثلث متساوی الساقین ABC ، خط گذرا بر رأس A قاعده BC و دایره محیطی مثلث را در D و E قطع می‌کند. اندازه $AD.AE$ برابر با کدام است؟

(۲) $CD.CB$

(۱) $BD.BC$

(۴) BC^2

(۳) AC^2

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۷

پاره خط AB به اندازه ۸ واحد در صفحه مختصات، مفروض است. چهار دایره با مراکز A و B و شعاع‌های ۳ و ۷ واحد رسم می‌کنیم. نقاط تلاقی دایره‌های کوچک با دایره‌های بزرگ، دقیقاً رأس‌های کدام چهار ضلعی هستند؟

(۲) متوازی الاضلاع

(۱) لوزی

(۴) دوزنقه متساوی الساقین

(۳) مستطیل

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

یک دوزنقه متساوی الساقین با قاعده‌هایی به اندازه ۹ و ۱۶ واحد، بر دایره‌ای محیط شده است. فاصله نزدیک‌ترین نقاط دایره، تا یک رأس قاعده کوچک دوزنقه، کدام است؟

(۲) $\sqrt{3}$

(۱) $\frac{3}{2}$

(۴) $\frac{5}{2}$

(۳) ۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

در دو دایره متقاطع به مراکز O و O' و شعاع‌های ۳ و ۴ واحد، فاصله نقطه تلاقی دو دایره از وسط OO' برابر $\frac{1}{3}OO'$ است. اندازه مماس مشترک محدود به دو نقطه تماس این دو دایره چند واحد است؟

(۱) ۴

(۲) $2\sqrt{5}$ (۳) $2\sqrt{6}$

(۴) ۵

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۰

در یک دوزنقه متساوی الساقین، از برخورد نیمساز زاویه‌های داخلی، کدام چهارضلعی حاصل می‌شود؟

(۱) مستطیل

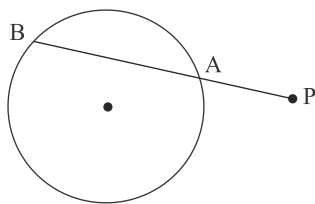
(۲) محاطی

(۳) متوازی‌الاضلاع

(۴) لوزی

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۸

فاصله نقطه P تا دورترین نقاط یک دایره سه برابر شعاع دایره است. از این نقطه قاطع P AB نسبت به دایره رسم شده است. اگر کمان AB برابر ۶۰ درجه باشد، اندازه PA چند برابر شعاع دایره است؟



(۱) $\frac{1}{2}(\sqrt{11} - 1)$

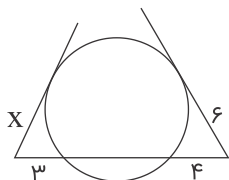
(۲) $\frac{1}{2}(\sqrt{13} - 1)$

(۳) $\sqrt{11} - 2$

(۴) $\sqrt{13} - 2$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۰

در شکل زیر، اندازه x چند واحد است؟



(۱) $3\sqrt{2}$

(۲) $2\sqrt{5}$

(۳) $2\sqrt{6}$

(۴) ۵

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۱

اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع‌های ۱۴ و ۶ واحد برابر ۱۵ واحد است. خط‌المركزین این دو دایره چند واحد است؟

(۲) $7\sqrt{6}$

(۱) $12\sqrt{2}$

(۴) ۱۸

(۳) ۱۷

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۱

در یک چهار ضلعی از برخورد نیمسازهای داخلی آن، یک مربع ایجاد شده است. الزاماً نوع این چهار ضلعی کدام است؟

(۲) متوازی‌الاضلاع

(۱) محاطی

(۴) مستطیل

(۳) محیطی

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۷

در یک دوزنقه متساوی الساقین از برخورد نیمسازهای داخلی آن، دقیقاً کدام چهار ضلعی حاصل می‌شود؟

- (۱) محاطی و محیطی
(۲) فقط محاطی
(۳) فقط محیطی
(۴) نه محاطی و نه محیطی

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

چهار ضلعی ABCD محیط بر یک دایره است. اگر AB کوچک‌ترین ضلع آن باشد، کدام نابرابری همواره درست است؟

- (۱) $\hat{C} > \hat{A}$
(۲) $\hat{B} < \hat{A}$
(۳) $\hat{D} < \hat{C}$
(۴) $\hat{D} < \hat{B}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۵

در مثلث ABC ($AB = AC$)، دایره‌ای در B و C بر ساق‌ها مماس است. اگر $BC = ۶$ و ارتفاع $AH = ۴$ باشد، شعاع این دایره، کدام است؟

- (۱) $۳/۲۵$
(۲) $۳/۵$
(۳) $۳/۷۵$
(۴) $۴/۵$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۵

دو دایره به شعاع‌های ۲ و ۵ واحد مماس داخلی هستند. چند وتر به طول $4\sqrt{6}$ در دایره بزرگتر می‌توان رسم کرد که بر دایره کوچکتر مماس باشند؟

۲ (۲)

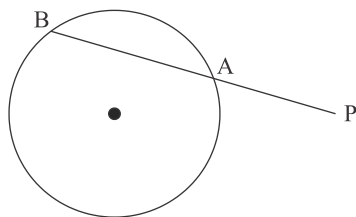
۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۰

نزدیک‌ترین نقطه از دایره‌ای به شعاع ۵ واحد تا نقطه مفروض P ، برابر ۸ واحد است. قاطع PA نسبت به دایره طوری رسم شده است که $PA - AB = 2$ ، اندازه AB کدام است؟



۵ (۱)

۶ (۲)

۷ (۳)

۹ (۴)

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۰

۷۲

در دایره ای به قطر ۱۲ واحد، فاصله مرکز دایره از وتر AB برابر ۲ واحد است. نقطه C در امتداد AB به فاصله $CB = 2\sqrt{2}$ انتخاب شده است. طول قطعه مماسی که از C بر دایره رسم می‌شود، کدام است؟

(۱) $2\sqrt{10}$

(۲) $3\sqrt{5}$

(۳) ۷

(۴) $5\sqrt{2}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۲

۷۳

اگر مساحت شش ضلعی منتظم محاط در یک دایره $6\sqrt{3}$ باشد، آنگاه مساحت شش ضلعی منتظم محیط بر این دایره چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

(۱) $7/2$

(۲) $7/5$

(۳) ۸

(۴) ۹

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

در یک دوزنقه محیط بر دایره، طول خط واصل بین وسط‌های دو ساق آن ۱۲ واحد است. محیط دوزنقه، کدام است؟

(۱) ۳۶

(۲) ۴۴

(۳) ۴۶

(۴) ۴۸

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۵